Основы классической механики 1-ый семестр физики

Лектор:

Терещенко Георгий Викторович

Ты знаешь, мам, у меня есть план

ПЛАН ЛЕКЦИИ

РАБОТА В 1-ОМ СЕМЕСТРЕ

ГЛАВА 1. КИНЕМАТИКА

1.1. Предмет физики. Основная задача механики

1.2. Модели в механике

1.3. Система отсчета. Траектория, длина пути. Вектор перемещения

1.4. Кинематика материальной точки. Скорость и ускорение точки

1.5. Нормальное, тангенциальное и полное ускорения

1.6. Угловая скорость и угловое ускорение

РАБОТА В 1-ОМ СЕМЕСТРЕ

1. Выполнить 8 лабораторных работ (ЛР). Каждая ЛР оценивается в 4 балла. 4 лабораторные работы нужно сдать до 1-ой контрольной работы (КР) и 4-ре до 2-ой КР.
2. Выполнить 2 домашних задания (ДЗ). Каждое ДЗ оценивается в 5 баллов.
3. Пройти одно тестирование.

ГЛАВА 1. КИНЕМАТИКА

1.1. Предмет физики. Основная задача механики

Законы обратных квадратов

В свое время еще И. Кантом было замечено, что законы обратных квадратов для гравитационной и электростатической сил связаны с 3-мерностью пространства.
Закон обратных квадратов – закон, согласно которому некая физическая величина в определенной точке обратно пропорциональна квадрату расстояния до этой точки. Суть таких законов в том, что данная физическая величина распространяется из центра равномерно во все стороны пространства.

Физика – это наука о простейших формах движения материи, под которыми понимают механическое, тепловое, электромагнитное, внутриатомное, внутриядерное движения.

Физические законы *– устойчивые повторяющиеся объективные закономерности, устанавливающие связь между физическими величинами.*

Физическая величина *– это характеристика свойств физических объектов или явлений, имеющая числовое значение, которое получается в результате измерений.*

Скалярные величины полностью характеризуются численным значением и единицей величины.

Например: m, q, p, T, V, ν

Векторные величины полностью характеризуются численным значением, единицей величины и направлением.

В физике применяются семь основных величин: длина, время, масса, температура, сила тока, количество вещества, сила света.

Производная величина - величина, определенная через основные величины системы.

Механика – это раздел физики, в котором изучаются закономерности механического движения и причины, вызывающие или изменяющие это движение.

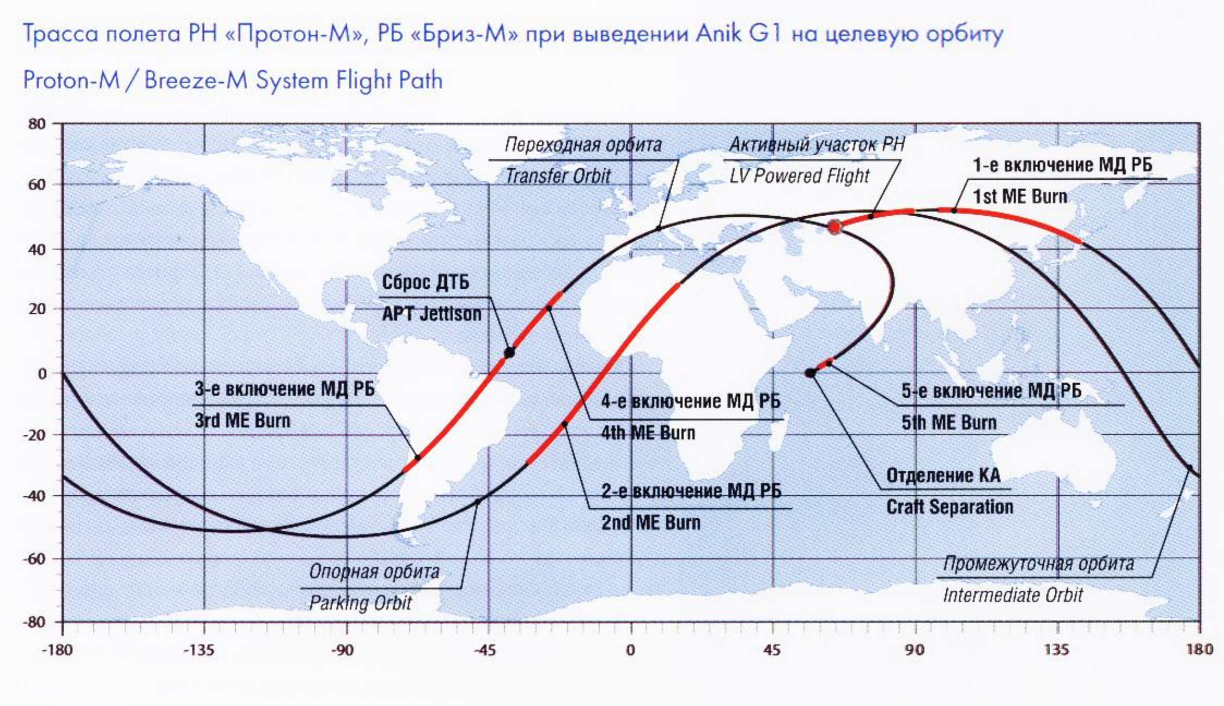
Основная задача механики состоит в обобщении полученных результатов в виде законов движения, с помощью которых можно определять положение тела в любой момент времени.

1.2. Модели в механике

Механическое движение – изменение положения тела относительно других тел с течением времени.

Для описания движения тел, в зависимости от условий конкретных задач, в механике используются различные *физические модели*, в которых из всего многообразия проявлений движения выделены главные, определяющие характер движения. Простейшей моделью является *материальная точка*.

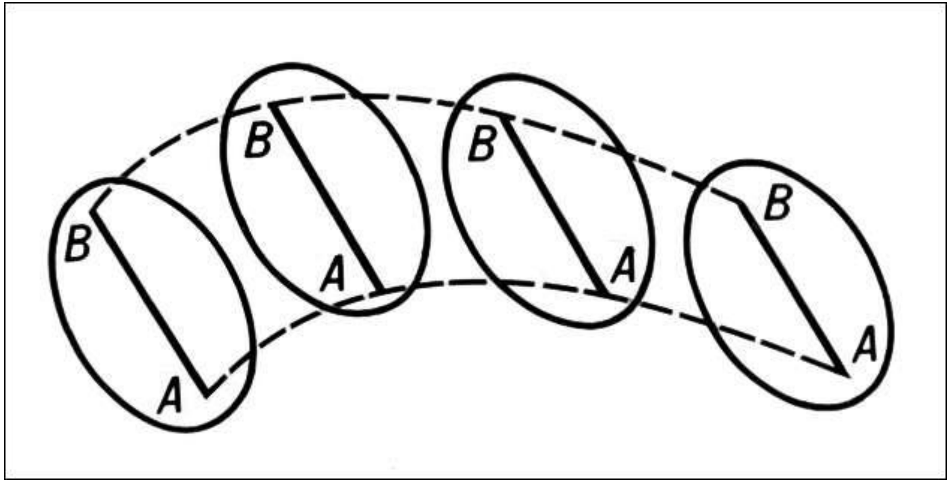
Материальной точкой называется тело, форма и размеры которого несущественны в условиях данной задачи.

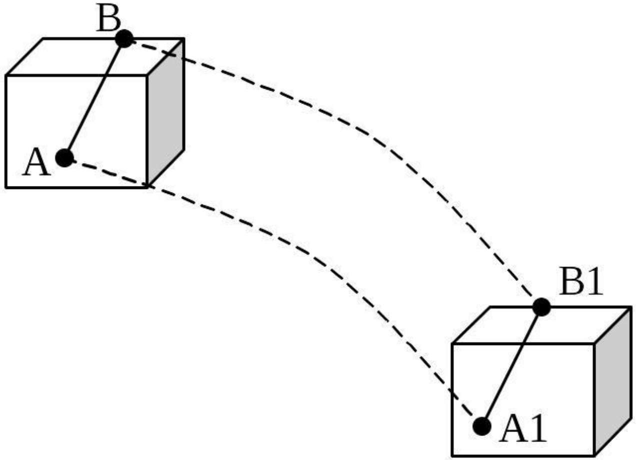


Абсолютно твердым телом называется тело, деформацией которого в условиях данной задачи можно пренебречь.

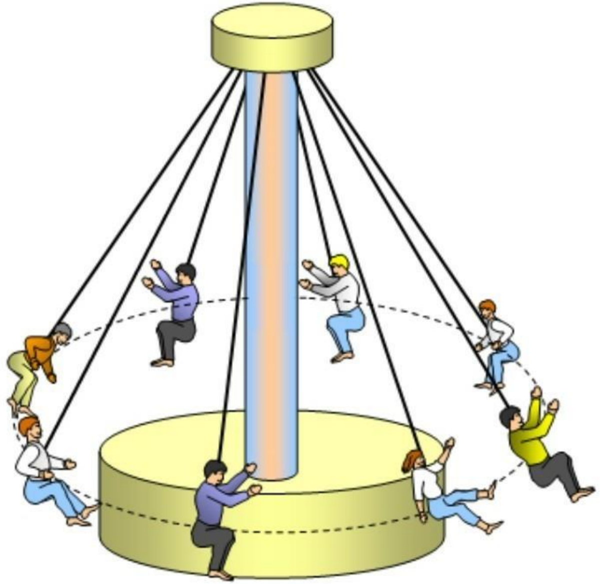
Расстояние между любыми двумя точками абсолютно твердого тела не изменяется при любых воздействиях. Абсолютно твердое тело можно рассматривать как систему материальных точек, жестко связанных между собой

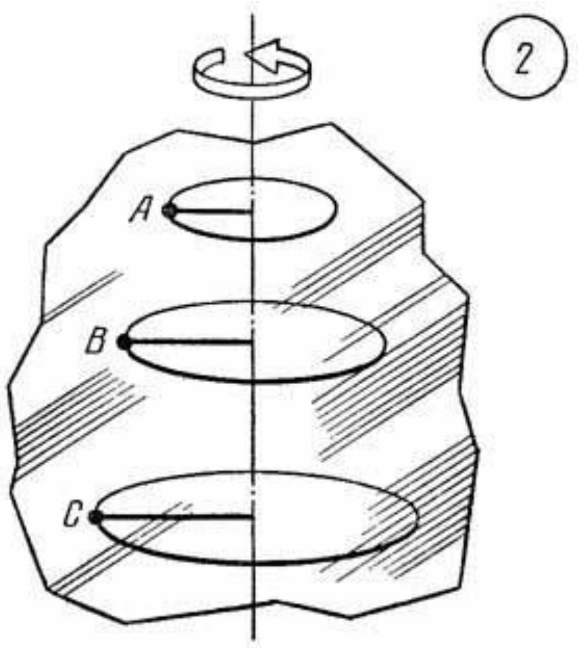
Поступательное движение – это движение, при котором любая прямая, жестко связанная с движущимся телом, остается параллельной своему первоначальному положению.





Вращательное движение – это движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения.





1.3. Система отсчета. Траектория, длина пути. Вектор перемещения

Для описания движения тела надо знать, в каких местах пространства оно находится и в какие моменты времени проходит то или иное положение.

В наиболее часто используемой *декартовой системе координат*, положение материальной точки в данный момент времени определяется либо с помощью координат: *x*, *y*, *z*, либо с помощью радиус-вектора

$$\vec{r} = \vec{r}\left(x, y, z\right)$$

соединяющего центр системы координат с данной движущейся точкой (рис.1.3.1). При этом получается, что проекции радиус-вектора на оси системы отсчета эквивалентны значениям координат: $r_x = x$, $r_y = y$, $r_z = z$.

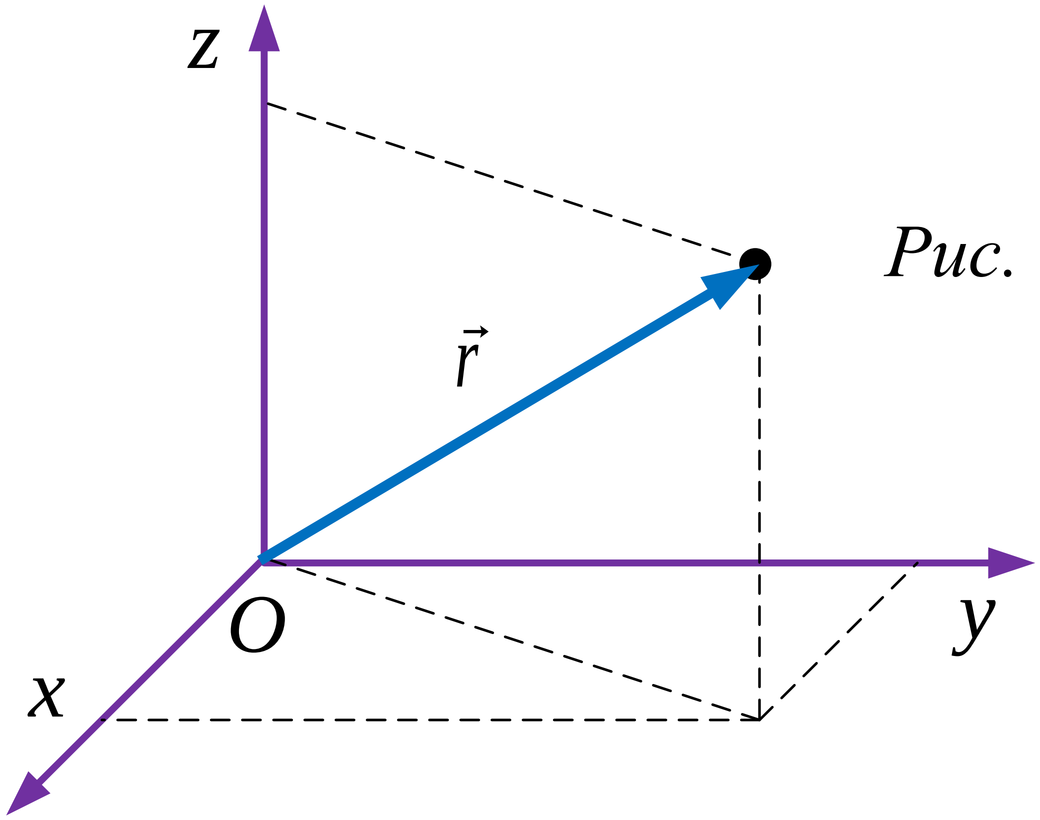


Рис. 1.3.1. Радиус-вектор

$$\vec{r}$$

Совокупность последовательных положений, занимаемых материальной точкой при своем движении, образует в пространстве линию, которая называется траекторией.

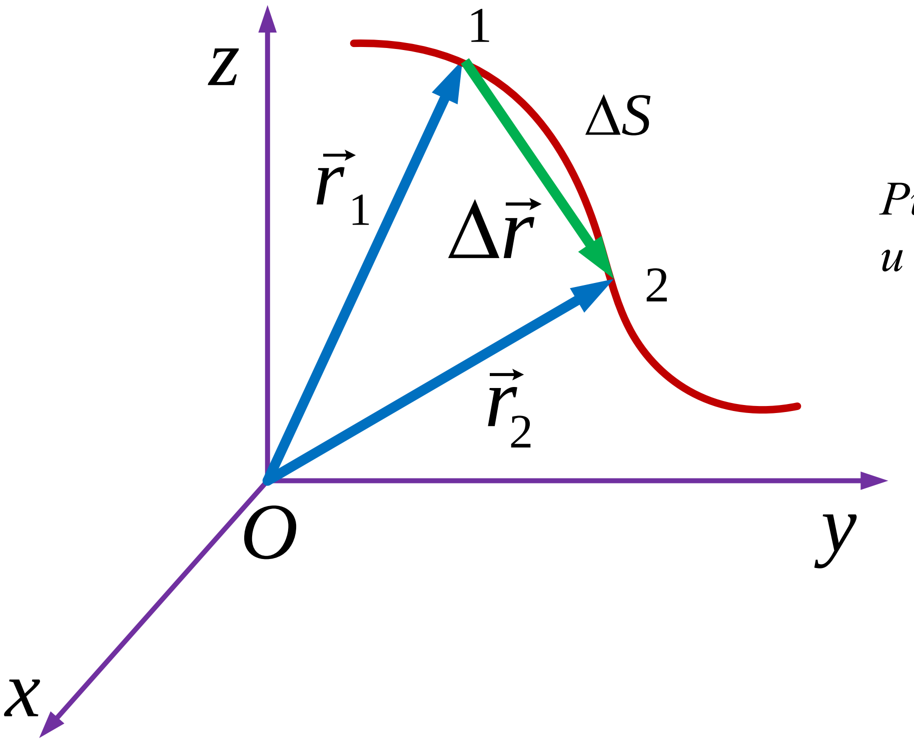


Рис. 1.3.2. Путь ΔS и вектор перемещения $\Delta\vec{r}$

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1.$$

1.4. Кинематика материальной точки.

Скорость и ускорение точки

Кинематика – это раздел механики, изучающий движение тел без учета причин, вызывающих это движение.

Для того чтобы характеризовать, как быстро меняется положение точки в пространстве, пользуются понятием *скорости*. Под *средней скоростью* движения по траектории $\langle \upsilon_s \rangle$ понимают отношение пройденного конечного пути ΔS ко времени Δt:

$$\langle \upsilon_s \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S_2 - S_1}{t_2 - t_1}$$

Скорость движения точки по траектории – скалярная величина. Наряду с ней можно говорить о *средней скорости перемещения* точки

$$\langle \vec{\upsilon}_r \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1}$$

За бесконечно малое время dt точка проходит бесконечно малое расстояние dS. Их отношение образует *модуль мгновенной скорости* точки

$$\upsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt}.$$

Мгновенная скорость перемещения точки (рис. 1.4.1) определяется как

$$\vec{\upsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

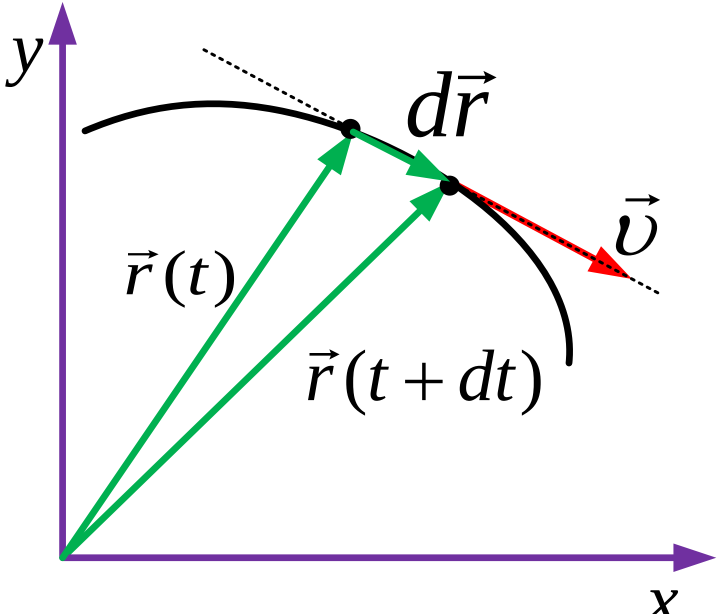


Рис. 1.4.1. Мгновенная скорость

Поскольку перемещение совпадает с бесконечно малым элементом траектории ($dr=dS$), то вектор скорости направлен по касательной к траектории в сторону движения, а его величина равна

$$\upsilon = \frac{dS}{dt} = \frac{dr}{dt}.$$

Среднее ускорение – это векторная физическая величина, равная отношению приращения вектора скорости ко времени этого приращения:

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}.$$

Мгновенное ускорение – это векторная физическая величина, характеризующая быстроту изменения скорости и равная первой производной от вектора скорости по времени:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}.$$

$$\vec{a} = \mathrm{const}$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}(0) + \vec{\upsilon}(0)t + \frac{\vec{a}t^2}{2}, \quad \vec{\upsilon}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{\upsilon}(0) + \vec{a}t.$$

При использовании прямоугольной декартовой системы координат движение материальной точки описывается кинематическими уравнениями

$$x = x(t);\ y = y(t);\ z = z(t).$$

В этом случае вектор скорости и вектор ускорения могут быть разложены на три взаимно перпендикулярные компоненты так, что

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2}, \quad a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2},$$

где $\upsilon_x = dx/dt$; $\upsilon_y = dy/dt$; $\upsilon_z = dz/dt$; $a_x = d\upsilon_x/dt$; $a_y = d\upsilon_y/dt$; $a_z = d\upsilon_z/dt$.

1.5. Нормальное, тангенциальное и полное ускорения

Если траектория материальной точки – произвольная кривая, то скорость и ускорение точки при ее движении по этой кривой меняются и по *величине, и по направлению*. Как всякий вектор, вектор ускорения можно представить в виде суммы его составляющих по двум взаимно перпендикулярным осям. В качестве одной из осей возьмем направление *касательной* в рассматриваемой точке траектории (это направление задает единичный вектор $\vec{\tau}$), а в качестве другой – направление *нормали* к кривой в этой же точке (задает единичный вектор $\vec{n}$).

Составляющая ускорения, направленная по касательной к траектории, носит название *тангенциального ускорения* a_τ, а направленная к ней перпендикулярно – *нормального ускорения* a_n (рис. 1.5.1).

Тангенциальное ускорение зависит только от величины скорости, изменение которой за время dt равно $d\upsilon$. Поэтому тангенциальное ускорение может быть записано как производная по времени от величины скорости (модуля вектора)

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}.$$

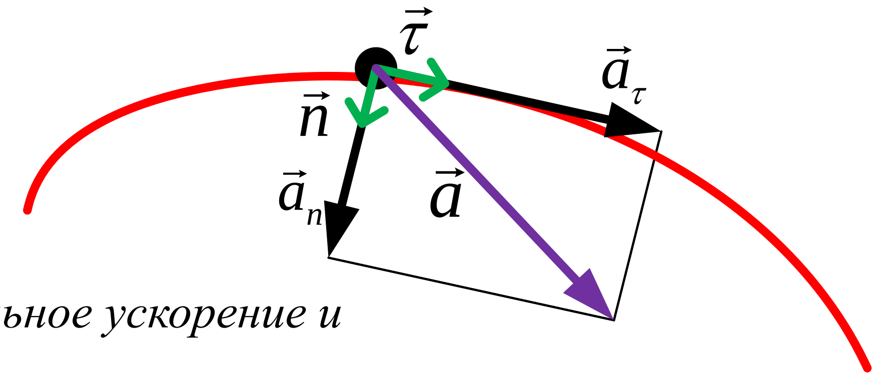


Рис. 1.5.1. Тангенциальное ускорение и нормальное ускорение

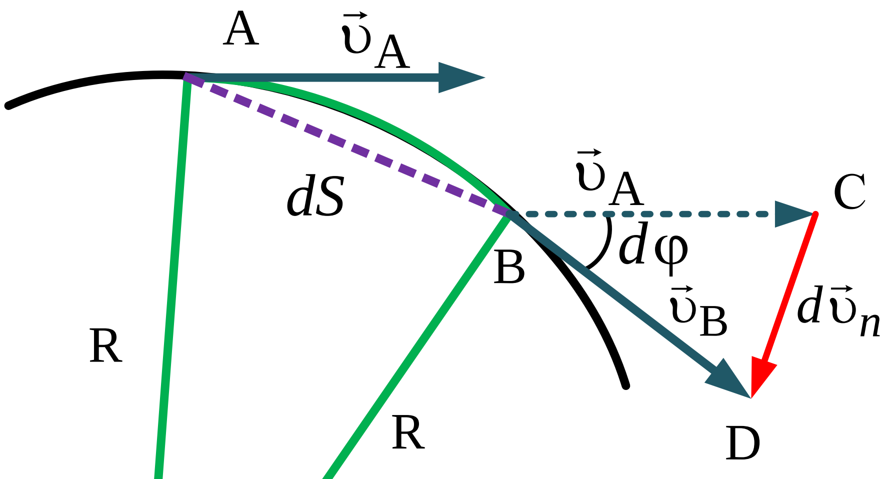
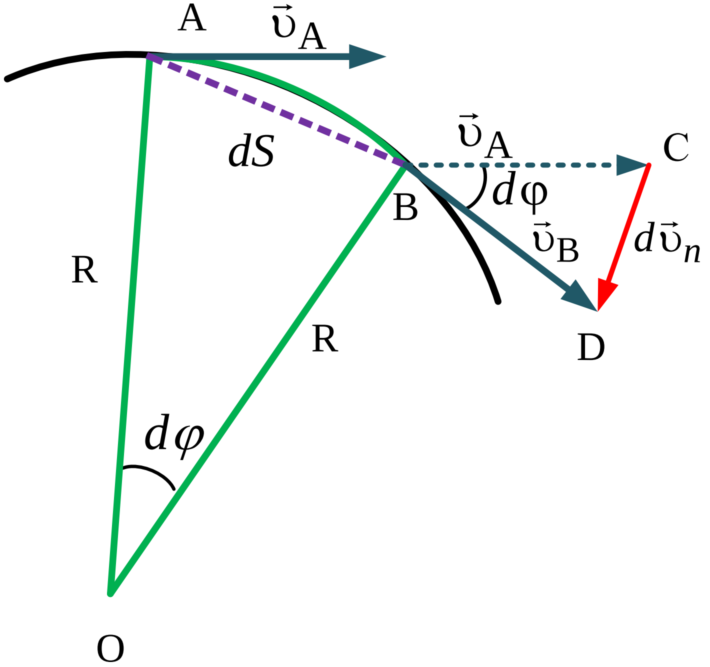


Рис. 1.5.2. Локальный радиус кривизны

Величину нормального ускорения a_n проще всего найти, если рассмотреть наиболее простой случай криволинейного движения – равномерное движение по окружности ($a_\tau = 0$). Пусть за время dt материальная точка переместилась из положения A в положение B (рис. 1.5.2).



В этом случае скорости $\vec{\upsilon}_A$ и $\vec{\upsilon}_B$ остаются равными по величине, но изменяются по направлению на вектор $d\vec{\upsilon}_n$, который при малых угловых перемещениях $d\varphi$ будет всегда направлен перпендикулярно к вектору скорости. При этом перемещение точки с хорошей точностью можно считать равным дуге dS.

Из подобия треугольников ΔOAB и ΔBCD (как равнобедренных с равными углами при вершинах) следует, что $\frac{d\upsilon_n}{\upsilon} = \frac{dS}{R}$. Тогда

$$a_n = \frac{d\upsilon_n}{dt} = \frac{\upsilon}{R} \cdot \frac{dS}{dt} = \frac{\upsilon^2}{R}.$$

Полученное соотношение справедливо для всякого плоского криволинейного движения, а не только для движения по окружности. Это связано с тем, что всякий участок криволинейной траектории в достаточно малой окрестности можно приближенно заменить дугой окружности. Радиус этой окружности, называемый *локальным радиусом кривизны* траектории, будет меняться от точки к точке, и требовать специального вычисления.

Так как компоненты $\vec{a}_n$ и $\vec{a}_\tau$ взаимно перпендикулярны, то формула для полного ускорения при криволинейном движении имеет вид

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{d\upsilon}{dt}\right)^2 + \left(\frac{\upsilon^2}{R}\right)^2}.$$

Данная формула остается справедливой и для любого случая пространственной кривой.

В общем случае, связь между полным, нормальным и тангенциальным ускорениями можно получить из определения ускорения, полагая, что $\vec{\upsilon}(t) = \upsilon \cdot \vec{\tau}$:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d(\upsilon \cdot \vec{\tau})}{dt} = \frac{d\upsilon}{dt}\vec{\tau} + \upsilon\frac{d\vec{\tau}}{dt} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n.$$

Отсюда следует, что модуль тангенциального ускорения $a_\tau = \dfrac{d\upsilon}{dt}$. Модуль нормального ускорения можно найти, взяв производную от единичного вектора: $\dfrac{d\vec{\tau}}{dt} = \omega \cdot \vec{n}.$ Можно сказать, что оператор дифференцирования поворачивает единичный вектор $\vec{\tau}$ на 90°, превращая его в вектор $\vec{n}$, и удлиняет его в ω раз, где ω – угловая скорость материальной точки в данном месте траектории.

Тогда модуль нормального ускорения будет равен

$$a_n = \upsilon \cdot \omega = \omega^2 \cdot R = \frac{\upsilon^2}{R}.$$

Таким образом, полное ускорение состоит из двух составляющих:

1) нормального ускорения $\vec{a}_n$ характеризующего изменение скорости по направлению;

2) тангенциального ускорения $\vec{a}_\tau$ характеризующего изменение скорости по величине.

1.6. Угловая скорость и угловое ускорение

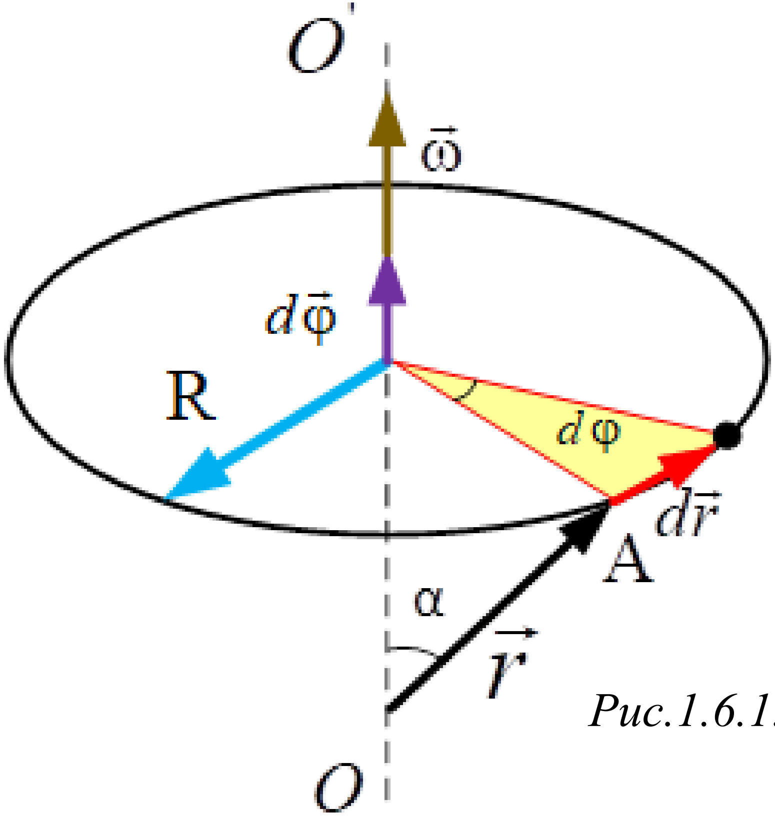


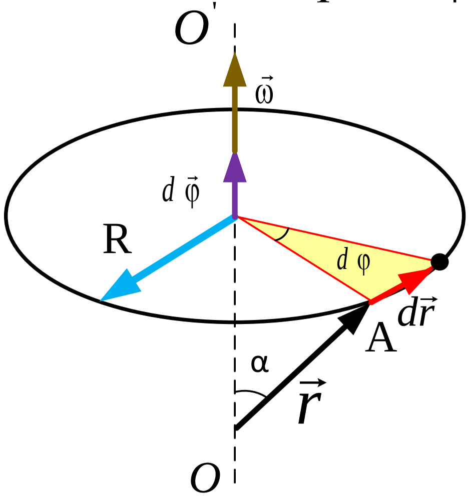
Рис.1.6.1. Угловые перемещение и скорость

Рассмотрим вращение материальной точки вокруг неподвижной оси OO' (рис. 1.6.1). Пусть за время dt она совершила по окружности бесконечно малый поворот на угол $d\varphi$. Для описания этого движения введем вектор *углового перемещения* $d\vec{\varphi}$, направление которого свяжем с направление вращения правилом правого винта. Векторы, направление которых связывают с направлением вращения, называют *псевдовекторами* или *аксиальными векторами*. Аксиальный вектор углового перемещения располагается на оси вращения и не имеет определенной точки приложения.

Изменение вектора углового перемещения в единицу времени характеризуется *вектором угловой скорости*:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}.$$

Вектор $\vec{\omega}$ совпадает по направлению с вектором $d\varphi$ и представляет собой также аксиальный вектор.



Изменение вектора со временем характеризуется *вектором углового ускорения* $\vec{\varepsilon}$, который определяется как:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}.$$

Направление вектора $\vec{\varepsilon}$ совпадает с направлением $d\vec{\omega}$ – приращением вектора. Вектор $\vec{\varepsilon}$ также является аксиальным.

При равномерном вращении ($\vec{\varepsilon} = 0$ и $\vec{\omega} = \mathrm{const}$) угловое перемещение изменяется во времени по закону:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t.$$

В этом случае вращательное движение можно характеризовать периодом T и частотой вращения ν. Частота вращения $\nu = \frac{N}{t}$,, или $\nu = \frac{1}{T}$, где N – число оборотов, совершаемых телом за время t; T – период вращения (время одного полного оборота).

При равнопеременном вращении $\vec{\varepsilon} = \mathrm{const}$. Решением этого уравнения являются функции

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2}, \;\; \omega = \omega_0 + \varepsilon \cdot t,$$

где φ_0 – начальное угловое перемещение; ω_0 – начальная угловая скорость.