

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ

КВАНТОВАЯ ФИЗИКА
Сборник задач

Под редакцией Н. П. Лавровской и Ю. Н. Царева
2-е издание, дополненное



Санкт-Петербург
2023

УДК 530.145
ББК 22.314
К32

Рецензенты:
доктор физико-математических наук,
член-корреспондент РАН *Н. Р. Галль*;
доктор физико-математических наук, доцент *С. П. Помыткин*

Утверждено
редакционно-издательским советом университета
в качестве сборника задач
Протокол № 2 от 20 марта 2023 г.

Авторы: В. М. Андреев, И. И. Коваленко, А. В. Копыльцов,
Е. Н. Котликов, Н. П. Лавровская,
М. О. Первушина, Д. А. Попов, В. К. Прилипко,
С. С. Прошкин, Е. В. Рутьков, Ю. Н. Царев,
Б. Ф. Шифрин

К32 Квантовая физика: сборник задач / [В. М. Андреев и др.];
под ред. Н. П. Лавровской и Ю. Н. Царева. – 2-е изд., доп. –
СПб.: ГУАП, 2023. – 60 с.

Включает в себя задачи по курсу квантовой физики, из которых составляют домашние задания для студентов. Содержит теоретические и справочные сведения, используемые при решении задач. Предназначен для студентов вузов всех технических направлений и специальностей.

УДК 530.145
ББК 22.314

ПРЕДИСЛОВИЕ

В сборник включены задачи по разделам физики, которые рассматривают квантовые свойства излучения, волновые свойства частиц, теорию строения атома и атомного ядра. В начале каждого раздела приведены основные формулы и краткие теоретические сведения. Из этих задач составляются домашние задания для студентов.

Решение задачи предполагает подробное рассмотрение основных законов, вывод итоговой формулы в обозначениях, предложенных в условии задачи, и правильный численный ответ. Если в задаче встречаются векторные величины, то необходим рисунок с обозначением направлений векторов.

Учебный материал подготовлен коллективом авторов кафедры физики Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения.

В отличие от предыдущего издания (ГУАП, 2015) в данное издание внесены ряд изменений и уточнений, добавлены новые задачи, дополнен теоретический материал.

1. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Теоретические сведения

Всякое тело, находящееся при температуре T , испускает тепловое излучение. Источником его является внутренняя энергия тела. По природе тепловое излучение является электромагнитным, обладает сплошным спектром, неполяризовано.

Характеристиками теплового излучения являются: энергетическая светимость R_e – энергия, излучаемая в единицу времени с единицы площади поверхности тела; $r(\omega, T)$ – спектральная плотность энергетической светимости; $a(\omega)$ – спектральная поглощательная способность; ω – циклическая частота; T – температура.

Тело, полностью поглощающее весь падающий на него световой поток, называется абсолютно черным телом (АЧТ). Для абсолютно черного тела $a(\omega)=1$. Тела, для которых $a(T)=\alpha=\text{const}$, называются серыми, а коэффициент $\alpha < 1$ называется коэффициентом поглощения.

Величины $r(\omega, T)$ и $a(\omega)$ связаны законом Кирхгофа: отношение спектральной плотности энергетической светимости к спектральной поглощательной способности одинаково для всех тел и является универсальной функцией частоты и температуры $f(\omega, T)$. Эта функция – спектральная плотность энергетической светимости АЧТ.

В 1900 году М. Планк, исходя из квантовых представлений о природе электромагнитного излучения, нашел аналитическое выражение для спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела

$$f(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2c^2} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right) - 1}, \quad (1.1)$$

или

$$f(\lambda, T) = \frac{4\pi^2c^2\hbar}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{2\pi c\hbar}{kT\lambda}\right) - 1}, \quad (1.2)$$

где \hbar – приведенная постоянная Планка; ω – циклическая частота излучения; c – скорость света в вакууме; k – постоянная Больцмана; λ – длина волны излучения.

Законы теплового излучения для АЧТ.

1. Закон Стефана – Больцмана. Энергетическая светимость абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени температуры:

$$R_e = \sigma T^4, \quad (1.3)$$

где σ – постоянная Стефана – Больцмана.

Энергетическая светимость серого тела

$$R_e = \alpha \sigma T^4, \quad (1.4)$$

где α – коэффициент поглощения серого тела.

2. Первый закон Вина. Длина волны λ_m теплового излучения, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости АЧТ, обратно пропорциональна абсолютной температуре:

$$\lambda_m = \frac{b}{T}, \quad (1.5)$$

где b – постоянная Вина.

3. Второй закон Вина. Максимальная плотность энергетической светимости АЧТ пропорциональна пятой степени температуры:

$$f(\lambda_m, T) = CT^5, \quad (1.6)$$

где $C=1,29 \cdot 10^5$ Вт/(м³·К⁵).

Поток Φ (или мощность) излучения нагретой поверхности

$$\Phi = R_e S, \quad (1.7)$$

где S – площадь излучающей поверхности.

Излучаемая энергия E

$$E = \Phi t, \quad (1.8)$$

где t – время излучения.

Связь между длиной волны λ света в вакууме и циклической частотой ω

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}. \quad (1.9)$$

Энергия фотона

$$\varepsilon = \hbar\omega = h\nu, \quad (1.10)$$

где $h=2\pi\hbar$ – постоянная Планка; \hbar – приведенная постоянная Планка; $\nu=\omega/2\pi$ – частота излучения.

Связь между энергией тела E и его массой m

$$E = mc^2. \quad (1.11)$$

Задачи

1.1. Температура T абсолютно черного тела изменилась при нагревании от 1000 К до 3000 К. Во сколько раз увеличилась при этом его энергетическая светимость R_e ?

1.2. Вычислить энергию, излучаемую за время $t=1$ мин с площади $S=1$ см² абсолютно черного тела, температура которого $T=1000$ К.

1.3. Из смотрового окошка печи излучается поток $\Phi=2040$ Дж/мин. Определить температуру печи T , если площадь окошка $S=6$ см².

1.4. Абсолютно черное тело имеет температуру $T_1=400$ К. Какова будет температура T_2 тела, если в результате нагревания поток излучения увеличится в $n=10$ раз?

1.5. Мощность излучения раскаленной металлической поверхности $\Phi=0,67$ кВт. Температура поверхности $T=2500$ К, ее площадь $S=10$ см². Какую мощность излучения $\Phi_{\text{АЧТ}}$ имела бы эта поверхность, если бы она была абсолютно черной?

1.6. Интенсивность солнечного излучения вблизи Земли за пределами ее атмосферы равна $I=1350$ Дж/(м²·с). Принимая, что Солнце излучает как абсолютно черное тело, определить температуру T его излучающей поверхности. Радиус Солнца $R=696 \cdot 10^6$ м, среднее расстояние от Земли до Солнца $L=149 \cdot 10^9$ м.

1.7. Печь потребляет мощность $P=500$ Вт. Температура ее внутренней поверхности при открытом отверстии диаметром $d=5$ см равна $t=700$ °С. Какая часть потребляемой мощности η рассеивается за счет излучения из отверстия?

1.8. Определить установившуюся температуру T зачерненной металлической пластинки, расположенной перпендикулярно солнечным лучам вне земной атмосферы на среднем расстоянии от Земли до Солнца. Интенсивность излучения I Солнца на таком расстоянии $1,4$ кДж/(м²·с).

1.9. Энергетическая светимость абсолютно черного тела $R_e=3$ Вт/см². Определить его температуру T и длину волны λ_m , отвечающую максимуму излучательной способности этого тела.

1.10. Абсолютно черное тело имеет температуру $T_1=2900$ К. При остывании тела длина волны, на которую приходится максимум

спектральной плотности энергетической светимости, изменилась на $\Delta\lambda_m = 9$ мкм. До какой температуры T_2 охладилось тело?

1.11 Температура T абсолютно черного тела изменилась при нагревании от 1000 К до 3000 К. Во сколько раз увеличилась его максимальная спектральная плотность энергетической светимости $r(\lambda_m)$?

1.12. Температура T абсолютно черного тела изменилась при нагревании от 1000 К до 3000 К. На сколько микрометров изменилась длина волны $\Delta\lambda_m$, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости?

1.13. Вследствие изменения температуры абсолютно черного тела максимум спектральной плотности излучения сместился с $\lambda_{m1} = 2,4$ мкм на $\lambda_{m2} = 0,8$ мкм. Как и во сколько раз изменилась его температура T , энергетическая светимость R_e и максимальная спектральная плотность излучательной способности $r(\lambda_m)$?

1.14. Длина волны, на которую приходится максимум энергии в спектре излучения абсолютно черного тела $\lambda_m = 0,65$ мкм. Определить энергетическую светимость R_e поверхности тела.

1.15. Во сколько раз изменится поток Φ излучения абсолютно черного тела, если максимум энергии излучения переместится с красной границы видимого спектра ($\lambda_{m1} = 780$ нм) на фиолетовую ($\lambda_{m2} = 390$ нм)?

1.16. Определить температуру T и энергетическую светимость R_e абсолютно черного тела, если максимум энергии излучения приходится на длину волны $\lambda_m = 400$ нм.

1.17. Поток излучения с поверхности абсолютно черного тела $\Phi = 1$ кВт, максимум энергии излучения приходится на длину волны $\lambda_m = 1,45$ мкм. Определить площадь S излучающей поверхности.

1.18. Поверхность тела нагрета до температуры $T = 1000$ К. Затем половина этой поверхности нагревается на $\Delta T_1 = 100$ К, а другая – охлаждается на $\Delta T_2 = 100$ К. Во сколько раз изменится мощность излучения тела $\frac{\Phi_2}{\Phi_1}$?

1.19. Излучение Солнца по своему спектральному составу близко к излучению абсолютно черного тела с максимумом излучательной способности, приходящимся на $\lambda_m = 0,48$ мкм. Найти массу μ , теряемую Солнцем каждую секунду за счет этого излучения. Радиус Солнца $R = 6,96 \cdot 10^8$ м.

1.20. Излучение Солнца по своему спектральному составу близко к излучению абсолютно черного тела с максимумом излучатель-

ной способности, приходящимся на $\lambda_m=0,48$ мкм. За сколько лет масса Солнца изменится на 1 %? Радиус Солнца $R=6,96\cdot 10^8$ м, его масса $m=1,99\cdot 10^{30}$ кг.

1.21. Получить с помощью формулы Планка приближенные выражения для спектральной плотности энергии $r(\omega)$: а) в области, где $\hbar\omega \ll kT$; б) в области, где $\hbar\omega \gg kT$.

1.22. Преобразовать формулу Планка для спектральной плотности излучения r от переменной ω к переменной λ .

1.23. Вольфрамовая нить накаливается в вакууме током $I_1=1$ А до температуры $T_1=1000$ К. При каком токе I_2 нить накалится до $T_2=3000$ К? Пренебречь теплопроводностью и обратным излучением окружающих тел.

1.24. Вольфрамовая нить диаметром $d_1=0,1$ мм соединена последовательно с другой вольфрамовой нитью. Нити накаливаются в вакууме током, причем первая нить имеет температуру $T_1=2000$ К, а вторая $T_2=3000$ К. Каков диаметр d_2 второй нити?

1.25. Определить силу тока I , протекающего по вольфрамовой проволоке диаметром $d=0,8$ мм, температура которой поддерживается равной $T=3070$ К. Поверхность проволоки считать серой с коэффициентом поглощения $\alpha=0,343$, удельное сопротивление вольфрама $\rho=0,92\cdot 10^6$ Ом·м. Обратным излучением окружающих тел пренебречь.

2. ЭФФЕКТ КОМПТОНА

Теоретические сведения

В 1923 году А. Х. Комптон, изучая рассеяние жесткого рентгеновского излучения на телах, состоящих из легких атомов (графит, парафин), обнаружил, что в рассеянном излучении присутствует компонента, имеющая длину волны λ' , большую, чем длина волны λ падающего излучения. Опыты показали, что изменение длины волны $\Delta\lambda$ равно

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_c(1 - \cos\theta), \quad (2.1)$$

где θ – угол рассеяния; λ_c – постоянная, названная комптоновской длиной волны электрона. Значение λ_c получено из опытных данных и равно $\lambda_c = 2,43 \cdot 10^{-12}$ м.

Эффект Комптона объясняется квантовой природой электромагнитного излучения, а именно – упругими столкновениями падающих рентгеновских фотонов со свободными электронами вещества.

Падающий фотон, имеющий энергию ε , длину волны λ и импульс \vec{p}_ϕ , в результате столкновения с электроном рассеивается на угол θ и приобретает энергию ε' , длину волны λ' и импульс \vec{p}'_ϕ . Электрон при этом рассеивается на угол φ и приобретает кинетическую энергию E_k и импульс $\vec{p}_э$.

Такое упругое столкновение подчиняется законам сохранения энергии и импульса:

$$\begin{cases} \varepsilon = \varepsilon' + E_k \\ \vec{p}_\phi = \vec{p}'_\phi + \vec{p}_э \end{cases} \quad (2.2)$$

В развернутом виде уравнения (2.2) имеют вид

$$\begin{cases} \hbar\omega + m_0c^2 = \hbar\omega' + mc^2 \\ \vec{p}_\phi = \vec{p}'_\phi + m\vec{v} \end{cases}, \quad (2.3)$$

где ω и ω' – циклические частоты падающего и рассеянного фотона; m_0 – масса покоя электрона; m и \vec{v} – релятивистская масса и ско-

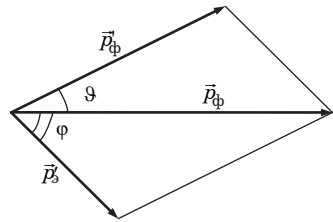


Рис. 2.1. Схема упругого рассеяния фотона на неподвижном электроне в эффекте Комптона

рость электрона отдачи; \hbar – приведенная постоянная Планка, c – скорость света в вакууме.

Решая систему уравнений (2.3), можно теоретически получить выражение для разности длин волн $\Delta\lambda$, совпадающее с полученным из опыта значением (2.1). При этом можно также определить и комптоновскую длину волны

$$\lambda_c = \frac{2\pi\hbar}{m_0c}. \quad (2.4)$$

Формулу (2.1) можно записать в виде, удобном для решения некоторых задач:

$$\frac{1}{\varepsilon'} - \frac{1}{\varepsilon} = \frac{2}{E_0} \sin^2 \theta / 2, \quad (2.5)$$

где $E_0 = m_0c^2 = 0,511$ МэВ – энергия покоя электрона.

Энергия фотона определяется циклической частотой излучения ω :

$$\varepsilon = \hbar\omega = h\nu = \frac{hc}{\lambda}. \quad (2.6)$$

Импульс фотона \vec{p}_Φ равен

$$p_\Phi = \frac{h}{\lambda} = \frac{\varepsilon}{c} = \hbar k, \quad \vec{p}_\Phi = \hbar \vec{k}, \quad (2.7)$$

где \vec{k} – волновой вектор (численно равный волновому числу $k = 2\pi/\lambda$).

Полная энергия релятивистской частицы E

$$E = mc^2, \quad (2.8)$$

где $m = m_0 / \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ – релятивистская масса частицы, v – ее скорость.

Полная энергия частицы E состоит из энергии покоя E_0 и кинетической энергии E_k

$$E = E_0 + E_k. \quad (2.9)$$

Соотношение между импульсом релятивистской частицы \vec{p} , ее массой покоя m_0 и скоростью движения \vec{v}

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (2.10)$$

Соотношение между полной энергией E и импульсом релятивистской частицы

$$E^2 - p^2 c^2 = m_0^2 c^4. \quad (2.11)$$

Обратное соотношение между импульсом p и кинетической энергией $E_{\text{к}}$ релятивистской частицы

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{E_{\text{к}}(E_{\text{к}} + 2m_0 c^2)}. \quad (2.12)$$

Задачи

2.1. Фотон с энергией $\varepsilon = 250$ кэВ рассеялся под углом 120° на первоначально покоившемся свободном электроне. Определить энергию ε' рассеянного фотона.

2.2. Фотон с импульсом $p_{\text{ф}} = 1,02$ МэВ/с, где c – скорость света, рассеялся на покоившемся свободном электроне, в результате чего его импульс стал равен $p'_{\text{ф}} = 0,255$ МэВ/с. Под каким углом θ рассеялся фотон?

2.3. Фотон рассеялся под углом $\theta = 120^\circ$ на покоившемся свободном электроне, в результате чего электрон получил кинетическую энергию $E_{\text{к}} = 0,45$ МэВ. Найти энергию ε фотона до рассеяния.

2.4. При какой длине волны λ падающего фотона после его рассеяния на угол $\theta = 60^\circ$ вылетает электрон с кинетической энергией $E_{\text{к}}$, равной его энергии покоя E_0 ? До взаимодействия электрон был неподвижен.

2.5. Какой энергией ε в единицах $m_0 c^2$ должен обладать фотон, чтобы при комптоновском рассеянии на угол $\theta = 60^\circ$ передать первоначально покоившемуся электрону энергию $m_0 c^2$?

2.6. При какой длине волны λ падающего фотона, рассеянного на угол $\theta = 90^\circ$, кинетическая энергия первоначально покоившегося электрона отдачи равна его энергии покоя?

2.7. Фотон с энергией ε , равной энергии покоя электрона, рассеялся на угол $\theta = 90^\circ$ на первоначально покоившемся электроне. Какую энергию $E_{\text{к}}$ получил электрон отдачи?

2.8. Фотон с длиной волны λ , равной комptonовской длине волны электрона λ_c , рассеялся на угол $\theta=90^\circ$ на первоначально покоившемся электроне. Какую кинетическую энергию E_k получил электрон отдачи?

2.9. Фотон с энергией ε , равной 10 % от энергии покоя E_0 электрона, рассеивается на угол $\theta=60^\circ$ на первоначально покоившемся электроне. Найти импульс p_e электрона отдачи, считая его нерелятивистским.

2.10. Фотон с длиной волны λ , равной $1,5\lambda_c$, при столкновении со свободным покоящимся электроном отдал ему половину своей энергии ε . Найти угол φ вылета электрона.

2.11. Фотон с длиной волны λ , равной $1,5\lambda_c$, при столкновении со свободным покоящимся электроном отдал ему половину своей энергии ε . Найти импульс p электрона отдачи в единицах m_0c .

2.12. Фотон с энергией ε , равной $\frac{1}{4}m_0c^2$, рассеивается на угол $\theta=90^\circ$ на свободном неподвижном электроне. Найти тангенс угла φ вылета электрона.

2.13. В эффекте Комптона энергия падающего фотона ε распределяется поровну между рассеянным фотоном и электроном отдачи. Угол рассеяния $\theta=90^\circ$. Найти энергию ε' рассеянного фотона в мегаэлектронвольтах. До взаимодействия электрон был неподвижен.

2.14. В эффекте Комптона энергия падающего фотона ε распределяется поровну между рассеянным фотоном и электроном отдачи. Угол рассеяния $\theta=90^\circ$. Найти импульс p'_ϕ рассеянного фотона в единицах m_0c . До взаимодействия электрон был неподвижен.

2.15. В эффекте Комптона энергия падающего фотона ε распределяется поровну между рассеянным фотоном и электроном отдачи. Угол рассеяния $\theta=90^\circ$. Найти импульс p_e электрона отдачи в единицах m_0c . До взаимодействия электрон был неподвижен.

2.16. В эффекте Комптона энергия падающего фотона ε распределяется поровну между рассеянным фотоном и электроном отдачи. Угол рассеяния $\theta=90^\circ$. Найти тангенс угла вылета φ электрона отдачи. До взаимодействия электрон был неподвижен.

2.17. Фотон с энергией $\varepsilon=0,6$ МэВ рассеялся на свободном покоившемся электроне. Найти энергию E_k электрона отдачи, если длина волны λ фотона изменилась на 20 %.

2.18. Фотон дважды рассеялся на свободных неподвижных электронах на один и тот же угол. На какой максимальный угол θ от своего начального направления мог отклониться фотон?

2.19. После комптоновского рассеяния фотона на угол $\theta=90^\circ$ на первоначально покоившемся электроне его частота уменьшилась в $n=1,5$ раза. Определить угол вылета φ электрона отдачи.

2.20. Фотон с энергией ε , в два раза превышающей энергию покоя электрона E_0 , испытал столкновение с покоившимся свободным электроном. Электрон отдачи влетает в магнитное поле с индукцией $B=0,12$ Тл перпендикулярно силовым линиям. Найти радиус r траектории электрона в магнитном поле.

2.21. Фотон с энергией $\varepsilon=1$ МэВ рассеялся на свободном покоившемся электроне. Найти кинетическую энергию E_k электрона отдачи, если длина волны фотона λ изменилась на $\eta=25\%$.

2.22. Фотон, испытав столкновение с релятивистским электроном, рассеялся на угол $\theta=60^\circ$, а электрон остановился. Найти комптоновское смещение длины волны фотона $\Delta\lambda$.

2.23. Фотон с энергией $\varepsilon=0,15$ МэВ рассеялся на покоившемся свободном электроне, в результате чего его длина волны изменилась на $\Delta\lambda=3$ пм. Найти угол вылета φ комптоновского электрона.

2.24. Найти длину волны λ падающего рентгеновского излучения, если максимальная кинетическая энергия E_k комптоновских электронов отдачи равна $0,19$ МэВ.

2.25. Узкий пучок монохроматического рентгеновского излучения падает на рассеивающее вещество. При этом длины волн λ'_1 и λ'_2 излучения, рассеянного под углами $\theta_1=60^\circ$ и $\theta_2=120^\circ$, различаются в $\eta=2$ раза. Найти длину волны λ падающего излучения, считая, что рассеяние происходит на свободных неподвижных электронах.

3. ФОТОЭФФЕКТ

Теоретические сведения

Фотоэлектрическим эффектом или фотоэффектом называется испускание электронов веществом под действием света. Явление было открыто Г. Герцем в 1887 году.

Энергия фотона ε при фотоэффекте затрачивается на совершение работы выхода $A_{\text{ВЫХ}}$ электрона из вещества и сообщение этому электрону кинетической энергии $E_{\text{К}}$ (формула Эйнштейна)

$$\varepsilon = A_{\text{ВЫХ}} + E_{\text{К}}, \quad (3.1)$$

Энергия фотона ε определяется частотой ν излучения или длиной волны λ

$$\varepsilon = h\nu = hc / \lambda, \quad (3.2)$$

где h – постоянная Планка; c – скорость света в вакууме.

Работа выхода электрона $A_{\text{ВЫХ}}$ зависит от строения вещества (средства к электрону) и не зависит от энергии фотонов ε .

В классическом случае, когда скорость фотоэлектрона $v \ll c$,

$$E_{\text{К}} = \frac{mv^2}{2}. \quad (3.3)$$

В релятивистском случае

$$E_{\text{К}} = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right). \quad (3.4)$$

Красная граница фотоэффекта $\lambda_{\text{кр}}$ соответствует случаю, когда для электрона $E_{\text{К}}=0$:

$$\lambda_{\text{кр}} = \frac{hc}{A_{\text{ВЫХ}}}, \quad (3.5)$$

при этом $\lambda_{\text{кр}}$ – самая большая длина волны излучения, способная вызывать фотоэффект.

Потенциальная энергия $E_{\text{П}}$ электрона в электрическом поле

$$E_{\text{П}} = e\varphi, \quad (3.6)$$

где e – заряд электрона, φ – потенциал электрического поля.

Задерживающее напряжение U_3 – внешнее напряжение, приложенное между электродами фотоэлемента, при котором прекращается фототок.

Контактная разность потенциалов $\Delta\varphi_{\text{конт}}$ обуславливается различной работой выхода электронов из разных веществ, имеющих электрический контакт. Она определяется выражением

$$\Delta\varphi_{\text{конт}} = \frac{A_{\text{вых1}} - A_{\text{вых2}}}{e}. \quad (3.7)$$

Задачи

3.1. При поочередном освещении поверхности некоторого металла светом с длинами волн $\lambda_1=0,35$ мкм и $\lambda_2=0,54$ мкм обнаружили, что максимальные скорости v_1 и v_2 фотоэлектронов отличаются в два раза. Найти работу выхода $A_{\text{вых}}$ электронов с поверхности металла.

3.2. До какого максимального потенциала φ зарядится удаленный от других тел медный шарик ($A_{\text{вых}}=4,47$ эВ) при облучении его светом с длиной волны $\lambda=140$ нм?

3.3. При освещении вакуумного фотоэлемента светом с длиной волны $\lambda_1=600$ нм он заряжается до потенциала $\varphi_1=1,2$ В. До какого потенциала φ_2 зарядится фотоэлемент при освещении его светом с длиной волны $\lambda_2=400$ нм?

3.4. Свет с длиной волны $\lambda=0,3$ мкм вырывает с поверхности металла электроны, которые, попадая в магнитное поле с индукцией $B=1$ мТл, движутся по окружности радиуса $r=3$ мм. Найти в электронвольтах работу выхода $A_{\text{вых}}$ электронов из металла.

3.5. Имеется вакуумный фотоэлемент, один из электродов которого цезиевый ($A_{\text{вых1}}=1,89$ эВ), другой медный ($A_{\text{вых2}}=4,47$ эВ). Определить максимальную скорость v электронов, подлетающих к медному электроду при освещении цезиевого электрода светом с длиной волны $\lambda=0,22$ мкм, если электроды снаружи замкнуты накоротко.

3.6. Фототок, возникающий в цепи вакуумного фотоэлемента при освещении цинкового электрода ($A_{\text{вых}}=3,74$ эВ) светом с длиной волны $\lambda=262$ нм, прекращается, если подключить внешнее задерживающее напряжение $U_3=1,5$ В. Найти величину и полярность внешней контактной разности потенциалов $\Delta\varphi_{\text{конт}}$ электродов фотоэлемента.

3.7. Электрод, покрытый натрием, освещается монохроматическим светом с длиной волны $\lambda=40$ нм. Определить наименьшее задерживающее напряжение U_3 , при котором фототок прекращается. Красная граница фотоэффекта для натрия $\lambda_{кр}=584$ нм.

3.8. При освещении вакуумного фотоэлемента светом частоты ν фотоэлектроны задерживаются при включении обратного напряжения $U_3=3$ В. Частота излучения, соответствующая красной границе фотоэффекта для этого металла, $\nu_{кр}=6 \cdot 10^{14}$ Гц. Найти частоту падающего света ν .

3.9. Задерживающее напряжение для платиновой пластинки ($A_{вых1}=6,3$ эВ) составляет $U_{31}=3,7$ В. При тех же условиях для пластинки из другого материала задерживающее напряжение $U_{32}=5,3$ В. Найти работу выхода $A_{вых1}$ электронов из этого металла.

3.10. При освещении вакуумного фотоэлемента светом с длиной волны $\lambda_1=0,4$ мкм он зарядится до потенциала $\phi_1=2$ В. До какого потенциала ϕ_2 зарядится фотоэлемент при освещении его светом с длиной волны $\lambda_2=0,3$ мкм?

3.11. Фотоны с энергией $\varepsilon=5$ эВ вырывают фотоэлектроны из металла с работой выхода $A_{вых}=4,7$ эВ. Определить максимальный импульс p вылетающего электрона.

3.12. Красной границе фотоэффекта для алюминия соответствует длина волны $\lambda_{кр}=332$ нм. Найти работу выхода электрона $A_{вых}$ для этого металла и длину световой волны λ , при которой величина задерживающего напряжения $U_3=1$ В.

3.13. На пластину падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda=420$ нм. Фототок прекращается при задерживающей разности потенциалов $U_3=0,95$ В. Найти работу выхода $A_{вых}$ электронов с поверхности пластины.

3.14. Плоский серебряный электрод освещается монохроматическим излучением с длиной волны $\lambda=83$ нм. Определить, на какое максимальное расстояние l от поверхности электрода может удалиться фотоэлектрон, если вне электрода имеется задерживающее однородное поле напряженностью $E=10$ В/см. Красная граница фотоэффекта для серебра $\lambda_{кр}=264$ нм.

3.15. При освещении катода вакуумного фотоэлемента светом с длиной волны $\lambda=310$ нм фототок прекращается при некотором задерживающем напряжении. При увеличении длины волны падающего света на $\Delta\lambda=\lambda/4$ задерживающее напряжение уменьшилось на $\Delta U_3=0,8$ В. По этим данным найти значение постоянной Планка h .

3.16. Фотон с энергией $\varepsilon=10$ эВ падает на серебряную пластину с $A_{\text{вых}}=4,7$ эВ и вызывает фотоэффект. Определить импульс p , получаемый пластиной при вылете одного фотоэлектрона, если принять, что скорости фотона и электрона лежат на одной прямой.

3.17. На поверхность металла падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda=0,1$ мкм. Красная граница фотоэффекта $\lambda_{\text{кр}}=0,3$ мкм. Какая доля энергии фотона ε расходуется на сообщение электрону кинетической энергии $E_{\text{к}}$?

3.18. На отверстие фотоэлемента площадью $S=10$ мм² нормально падает монохроматический свет с интенсивностью $J=25$ Вт/м² и энергией фотона $\varepsilon=5$ эВ. Считая, что электрон вырывается лишь одним фотоном из $N=50$, вычислить возникающий фототок I .

3.19. Лазерный пучок мощностью $P=1,5$ Вт с длиной волны $\lambda=0,331$ мкм фокусируется на фотоэлемент и вызывает фототок $I=20$ мА. Считая, что электрон выбивается лишь одним из N падающих фотонов, найти N .

3.20. Фотоэлемент с цезиевым катодом ($A_{\text{вых}}=1,89$ эВ) освещается светом с длиной волны $\lambda=0,331$ мкм. Определить импульс вылетающего фотоэлектрона $p_{\text{эл}}$ и импульс, получаемый при этом катодом фотоэлемента $p_{\text{к}}$, если принять, что скорости фотона и электрона лежат на одной прямой.

3.21. Определить красную границу $\lambda_{\text{кр}}$ фотоэффекта для цезия, если при облучении его поверхности фиолетовым светом с длиной волны $\lambda=400$ нм максимальная скорость фотоэлектронов $v=650$ км/с.

3.22. При исследовании фотоэффекта с поверхности цезия измерялись задерживающие напряжения для двух длин волн монохроматического света. Вычислить постоянную Планка h и работу выхода $A_{\text{вых}}$ электронов из цезия по имеющимся экспериментальным данным: $U_{31}=2,08$ В; $\lambda_1=3\cdot 10^7$ м; $U_{32}=0,44$ В; $\lambda_2=5\cdot 10^7$ м.

3.23. В работе А. Г. Столетова (1888 год) впервые были установлены основные законы фотоэффекта. Один из результатов его опытов был сформулирован так: «Разряжающим действием обладают лучи самой высокой преломляемости с длиной волны менее 295 нм». Найти работу выхода $A_{\text{вых}}$ электронов из металла, с которым работал А. Г. Столетов.

3.24. Вольфрамовый катод ($A_{\text{вых}}=4,5$ эВ) освещают светом с длиной волны $\lambda=0,23$ мкм. Контактная разность потенциалов $\Delta\varphi_{\text{конт}}$ между электродами фотоэлемента, равная 0,6 В, ускоряет вылетающие электроны. Какое задерживающее напряжение U_3 надо приложить между электродами, чтобы фототок упал до нуля?

3.25. Вольфрамовый катод ($A_{\text{вых}}=4,5$ эВ) освещают светом с длиной волны $\lambda=0,23$ мкм. Контактная разность потенциалов $\Delta\varphi_{\text{конт}}$ между электродами фотоэлемента, равная 0,6 В, ускоряет вылетающие электроны. Какую скорость v будут иметь фотоэлектроны около анода фотоэлемента, если не прикладывать внешнего напряжения?

4. СВОЙСТВА ФОТОНОВ

Теоретические сведения

Энергия фотона ε определяется частотой ν или длиной волны λ света в вакууме

$$\varepsilon = h\nu = hc / \lambda, \quad (4.1)$$

где h - постоянная Планка, c - скорость света в вакууме.

Масса фотона m

$$m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}. \quad (4.2)$$

Импульс фотона p

$$p = mc = h/\lambda. \quad (4.3)$$

Величина нормального давления p , производимого светом при падении на поверхность под углом θ (рис. 4.1)

$$p = \frac{I}{c}(1 + \rho) \cos^2 \theta, \quad (4.4)$$

где I - интенсивность падающего на поверхность излучения, ρ - коэффициент отражения света от поверхности.

Для абсолютно черного тела $\rho=0$, для зеркальной поверхности $\rho=1$. В остальных случаях $0 < \rho < 1$.

Давление, определяемое формулой (4.4), складывается из двух составляющих: давления p_1 , возникающего за счет отражения фотонов от поверхности, и давления p_2 , производимого за счет их поглощения. Величина этого давления определяется соотношениями:

$$p_1 = 2 \frac{I}{c} \rho \cos^2 \theta, \quad p_2 = \frac{I}{c} (1 - \rho) \cos^2 \theta.$$

Поток излучения Φ , испускаемый изотропным источником во всех направлениях

$$\Phi = \alpha N,$$

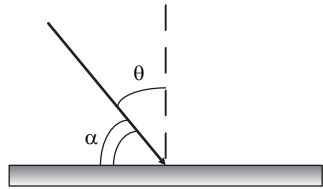


Рис. 4.1. Падение излучения на поверхность вещества

где N – подводимая к источнику электрическая мощность, коэффициент $\alpha \leq 1$ определяет, какая доля мощности преобразуется в энергию излучения.

Поток излучения точечного изотропного источника через сферу радиуса r равен

$$\Phi = 4\pi I r^2. \quad (4.5)$$

Здесь I – интенсивность излучения на расстоянии r от источника.

Сплошное рентгеновское излучение, возникающее при торможении электронов на антикатоде рентгеновской трубки, имеет граничную длину волны

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU} = \frac{hc}{E_{\text{к}}}, \quad (4.6)$$

где e – заряд электрона; U – напряжение на антикатоде; $E_{\text{к}}$ – кинетическая энергия электронов до торможения.

Кинетическая энергия $E_{\text{к}}$ релятивистских электронов, подлетающих к антикатоду

$$E_{\text{к}} = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right). \quad (4.7)$$

Здесь m_0 – масса покоя электрона; v – скорость электрона.

При падении рентгеновского излучения с длиной волны λ на кристалл может наблюдаться дифракция, описываемая формулой Вульфа – Брэгга

$$2d \sin \alpha = k\lambda, \quad (4.8)$$

где d – межплоскостное расстояние в кристалле; α – угол скольжения, $k=0, 1, 2, \dots$ Угол скольжения – угол падения волны на кристалл, отсчитываемый от плоскости поверхности кристалла (см. рис. 4.1).

Задачи

4.1. Найти массу m фотонов для видимого света с длиной волны $\lambda_1=700$ нм, для рентгеновских лучей с $\lambda_2=25$ пм, для гамма-лучей с $\lambda_3=1,24$ пм.

4.2. Лампочка карманного фонаря потребляет мощность $N=1$ Вт. Считая, что эта мощность расходуется на излучение и что средняя

длина волны излучения $\lambda=1$ мкм, определить число фотонов n , ежесекундно падающих на единицу площади поверхности, расположенной перпендикулярной лучам на расстоянии $R=10$ км.

4.3. Определить давление p лучей Солнца на поверхность абсолютно черного тела, помещенного на таком же расстоянии от Солнца, как и Земля. Падение лучей нормальное. Интенсивность солнечной радиации за пределами земной атмосферы $I=1,35 \cdot 10^3$ Дж/($\text{м}^2 \cdot \text{с}$).

4.4. Определить давление p лучей Солнца на поверхность зеркального тела, помещенного на таком же расстоянии от Солнца, как и Земля. Падение лучей нормальное. Интенсивность солнечной радиации за пределами земной атмосферы $I=1,35 \cdot 10^3$ Дж/($\text{м}^2 \cdot \text{с}$).

4.5. Сколько фотонов попадает за 1 мин на 1 см^2 поверхности Луны, перпендикулярной солнечным лучам? Интенсивность солнечной радиации $I=1,35 \cdot 10^3$ Дж/($\text{м}^2 \cdot \text{с}$), средняя длина волны солнечного света $\lambda_{\text{ср}}=5,5 \cdot 10^{-7}$ м.

4.6. Стенка колбы электролампы, представляющей собой сферу радиусом $r=4$ см, посеребрена (является зеркально отражающей). Лампа потребляет мощность $N=50$ Вт, из которых 90 % расходуется на излучение. Во сколько раз давление света p больше остаточного давления газа в лампе ($p_0=10^{-8}$ мм. рт. ст.)?

4.7. Абсолютно черная сферическая пылинка плотностью $\rho_0=1$ г/ см^3 находится на расстоянии $L=149 \cdot 10^6$ км от Солнца вдалеке от Земли. Интенсивность солнечной радиации на таком расстоянии $I=1350$ Дж/($\text{м}^2 \cdot \text{с}$). При каком радиусе r пылинки сила светового давления уравновесится силой гравитационного притяжения к Солнцу? Скорость пылинки на орбите принять равной 30 км/с.

4.8. Абсолютно черная сферическая пылинка плотностью $\rho_0=1$ г/ см^3 находится на расстоянии $L=149 \cdot 10^6$ км от Солнца вдалеке от Земли. Интенсивность солнечной радиации на таком расстоянии $I=1350$ Дж/($\text{м}^2 \cdot \text{с}$). При каком радиусе r пылинки сила светового давления уравновесится силой гравитационного притяжения к Солнцу? Масса Солнца $M=1,98 \cdot 10^{30}$ кг, гравитационная постоянная $G=6,67 \cdot 10^{-11}$ $\text{м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$.

4.9. Точечный изотропный источник испускает свет с длиной волны $\lambda=589$ нм. Световая мощность источника $\Phi=10$ Вт. Найти расстояние R от источника до точки, где средняя концентрация фотонов $n=100$ см^{-3} .

4.10. Точечный изотропный источник испускает свет с длиной волны $\lambda=589$ нм. Световая мощность источника $\Phi=10$ Вт. Найти среднюю плотность потока фотонов ω (число фотонов, проходящих

через единицу площади поверхности в единицу времени) на расстоянии $R=2$ м от источника.

4.11. Определить давление света на стенки электрической лампочки мощностью $N=150$ Вт, принимая, что вся потребляемая мощность расходуется на излучение, и стенки лампочки отражают 15 % падающего света. Считать лампочку сферой радиусом $r=4$ см.

4.12. Лазер излучил в импульсе длительностью $\tau=0,13 \cdot 10^{-3}$ с пучок света с энергией $E=10$ Дж. Найти среднее давление p этого светового импульса, если его сфокусировать в пятнышко диаметром $d=10$ мкм на поверхность, перпендикулярную к пучку. Коэффициент отражения поверхности $\rho=0,5$.

4.13. Короткий импульс света с энергией $E=7,5$ Дж падает на пластину с коэффициентом отражения $\rho=0,6$ под углом $\theta=30^\circ$ к нормали. Найти импульс p , переданный светом пластине за счет отражения.

4.14. Плоская световая волна интенсивности $I=0,2$ Вт/см² падает на плоскую металлическую поверхность, имеющую коэффициент отражения $\rho=0,8$, под углом $\theta=45^\circ$. Какое нормальное давление p оказывает свет на эту поверхность?

4.15. Плоская световая волна интенсивности $I=0,7$ Вт/см² освещает круглую пластинку с идеально зеркальной поверхностью. Радиус пластинки $r=5$ см. Найти силу светового давления p , испытываемую пластинкой.

4.16. На оси круглого зеркала находится точечный изотропный источник, излучающий световую мощность $\Phi=10$ Вт. Какова сила светового давления p , если расстояние от источника до зеркала в $n=5$ раз больше радиуса зеркала?

4.17. Небольшое зеркальце массой $m=10$ мг подвешено на невесомой нити длиной $l=10$ см. Найти угол α , на который отклонится нить, если по нормали «выстрелить» коротким импульсом с энергией $E=13$ Дж.

4.18. На расстоянии $L=5$ м от точечного изотропного источника света ($\lambda=0,5$ мкм) расположена площадка площадью $S=8$ мм² перпендикулярно лучам света. Определить число n фотонов, ежесекундно падающих на площадку, если мощность источника $N=1000$ Вт.

4.19. Пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda=663$ нм падает нормально на плоскую зеркальную поверхность. Найти силу давления света F на поверхность и число фотонов n , ежесекундно на нее падающих. Поток излучения, падающий на эту поверхность $\Phi=0,6$ Вт.

4.20. Определить коротковолновую границу λ_{\min} сплошного спектра рентгеновского излучения, если рентгеновская трубка работает при напряжении $U=30$ кВ.

4.21. При увеличении напряжения на рентгеновской трубке в $n=1,5$ раза длина волны коротковолновой границы сплошного спектра изменилась на $\Delta\lambda=26$ пм. Найти начальное напряжение на трубке U .

4.22. Найти длину волны λ_{\min} коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра, если скорость электронов, подлетающих к антикатоде трубки, $V=0,85c$, где c – скорость света.

4.23. Вычислить скорость V электронов, подлетающих к антикатоде рентгеновской трубки, если длина коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра $\lambda_{\min}=15,7$ пм.

4.24. Узкий пучок рентгеновских лучей падает на монокристалл NaCl. Наименьший угол скольжения α , при котором наблюдается зеркальное отражение от системы кристаллических плоскостей с межплоскостным расстоянием $d=0,28$ нм, равен $4,1^\circ$. Каково напряжение на рентгеновской трубке U ?

4.25. Наименьшая длина волны рентгеновских лучей, получаемых при посредстве трубки, работающей под напряжением U , вычисляется по формуле: $\lambda_{\min}=\alpha/U$, где α – постоянная, зависящая от выбора единиц. Определить величину α , если λ выражается в ангстремах, а U – в киловольтах.

5. ВОДОРОД И ВОДОРОДОПОДОБНЫЕ ИОНЫ

Теоретические сведения

Атом водорода состоит из ядра и одного электрона. Ядро атома водорода состоит из одного протона. Зарядовое число ядра водорода $Z=1$.

Водородоподобные ионы (He^+ , Li^{++}) состоят из ядра и одного электрона. Они отличаются от атома водорода массой и зарядом ядра. Ядро атома гелия состоит из двух протонов и двух нейтронов ($q=2e$, зарядовое число $Z=2$), ядро атома лития состоит из трех протонов и трех нейтронов ($q=3e$, зарядовое число $Z=3$). Электронная оболочка содержит, как и в атоме водорода, только один электрон.

Формула Бальмера определяет длину волны λ спектральных линий и частоту ν в спектре атома водорода и водородоподобных ионов

$$\frac{1}{\lambda} = R' \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) Z^2, \quad \nu = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) Z^2, \quad (5.1)$$

где R' и R – постоянная Ридберга ($R'=1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$; $R=cR'=3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$); c – скорость света; Z – зарядовое число ядра атома водорода или водородоподобного иона; n_1 и n_2 – целые числа.

Для атома водорода ($Z=1$) n_1 – номер серии спектральных линий ($n_1=1$ – серия Лаймана, $n_1=2$ – серия Бальмера, $n_1=3$ – серия Пашена, $n_1=4$ – серия Брекета), $n_1 < n_2 < \infty$.

Длина волны λ и частота ν спектральных линий связана соотношением

$$\lambda = c / \nu. \quad (5.2)$$

Энергия фотона ε , испускаемого или поглощаемого атомом, связана с частотой ν или длиной волны λ света в вакууме

$$\varepsilon = h\nu = hc / \lambda, \quad (5.3)$$

где h – постоянная Планка.

Масса фотона m

$$m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}. \quad (5.4)$$

Импульс фотона p

$$p = mc = \frac{h}{c}. \quad (5.5)$$

В соответствии с постулатами Бора энергия E_n электрона, находящегося в атоме водорода на стационарном электронном уровне с квантовым числом n , равна

$$E_n = -\frac{mZ^2e^4}{8\varepsilon_0^2h^2n^2}, \quad (5.6)$$

где m – масса электрона; e – заряд электрона; ε_0 – электрическая постоянная. Энергия состоит из кинетической E_k и потенциальной $E_{\text{п}}$ энергии.

Момент импульса L электрона в атоме водорода на стационарной орбите

$$L = mvr = n\hbar, \quad (5.7)$$

где v – скорость электрона на орбите; r – радиус орбиты; $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ – приведенная постоянная Планка; n – номер орбиты.

Радиусы стационарных орбит электрона определяются выражением

$$r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2Z} \cdot n^2. \quad (5.8)$$

Состояние атома с наименьшей энергией при $n=1$ называется основным. Для атома водорода основному состоянию соответствует энергия $E_1 = -13,53$ эВ. Эта энергия является энергией связи электрона в основном состоянии: $E_{\text{св}} = |E_1|$. Радиус орбиты $r_1 = 0,529 \cdot 10^{-10}$ м.

Формулы (5.6) и (5.8) можно записать в компактном виде, используя значения E_1 и r_1 :

$$E_n = \frac{E_1}{n^2} \cdot Z^2, \quad r_n = \frac{r_1}{Z} \cdot n^2. \quad (5.9)$$

Энергия ε фотона, испускаемого или поглощаемого атомом при переходе электрона с одного стационарного уровня на другой,

$$\varepsilon = E_{n_2} - E_{n_1}. \quad (5.10)$$

Водородоподобные ионы (He^+ , Li^{++}) состоят из ядра и одного электрона. Они отличаются от атома водорода массой и зарядом ядра. Ядро атома гелия состоит из двух протонов и двух нейтронов ($q=2e$, зарядовое число $Z=2$), ядро атома лития состоит из трех протонов и трех нейтронов ($q=3e$, зарядовое число $Z=3$).

Задачи

5.1. Вычислить для атомарного водорода длины волн λ пяти первых спектральных линий серии Бальмера.

5.2. Определить границы серий (λ_{\min} и λ_{\max}) Лаймана, Бальмера и Пашена в атомарном спектре водорода.

5.3. Вычислить длину волны λ спектральной линии атомарного водорода, частота которой ν равна разности частот двух линий серии Лаймана $\lambda_1=102,6$ нм $\lambda_2=97,27$ нм. Какой серии принадлежит данная линия?

5.4. Электрон в атомарном водороде возбуждают на четвертый ($n_2=4$) энергетический уровень. Определить длины волн λ испускаемых линий. К каким сериям принадлежат эти линии?

5.5. Определить квантовое число n_2 возбужденного электронного уровня атома водорода, если известно, что при переходе в основное состояние атом излучил: а) фотон с длиной волны $\lambda=97,25$ нм; б) два фотона с $\lambda_1=656,3$ нм и $\lambda_2=121,6$ нм.

5.6. С какой минимальной скоростью v должен двигаться атом водорода, чтобы в результате неупругого лобового соударения с другим, покоящимся атомом водорода, один из них испустил фотон? До соударения оба атома находились в основном состоянии. Массу атома водорода принять равной массе протона m_p .

5.7. Атом водорода, двигавшийся со скоростью $v=3,26$ м/с, испустил фотон, соответствующий переходу из первого возбужденного состояния ($n_2=2$) в основное ($n_1=1$). Найти угол θ между направлением вылета фотона и первоначальным направлением движения атома, если кинетическая энергия E_k атома осталась прежней. Массу атома водорода принять равной массе протона m_p .

5.8. Определить скорость v , которую приобрел покоившийся атом водорода в результате излучения фотона при переходе из первого возбужденного состояния ($n_2=2$) в основное ($n_1=1$).

5.9. Найти наибольшую длину волны λ_{\max} в ультрафиолетовой области спектра водорода, принадлежащую серии Лаймана. Какую наименьшую скорость v_{\min} должны иметь свободные электроны, чтобы при возбуждении атомов водорода ударами электронов появилась эта линия?

5.10. Какую наименьшую энергию E_{\min} (в электронвольтах) должны иметь электроны, чтобы при возбуждении атомов водорода ударами этих электронов появились все линии всех серий спектра водорода? Какую наименьшую скорость v_{\min} должны иметь эти электроны?

5.11. В каких пределах должна лежать энергия E бомбардирующих атомы электронов, чтобы при возбуждении атомов водорода ударами этих электронов спектр водорода имел только одну спектральную линию?

5.12. В каких пределах должны лежать длины волн λ монохроматического света, чтобы при возбуждении атомов водорода квантами этого света наблюдались три спектральные линии?

5.13. Определить скорость v_2 электрона на второй орбите атома водорода.

5.14. Определить радиусы r_2 и r_3 второй и третьей орбит в атоме водорода.

5.15. Определить частоту обращения ν_2 электрона на второй орбите атома водорода.

5.16. Определить потенциальную $E_{\text{п}}$, кинетическую $E_{\text{к}}$ и полную энергию E электрона, находящегося на первой орбите атома водорода.

5.17. Определить для водородоподобного иона радиус первой боровской орбиты r_1 и скорость электрона v_1 на ней. Вычислить эти величины для атома водорода и ионов He^+ и Li^{++} .

5.18. Найти квантовое число, соответствующее возбужденному состоянию иона He^+ , если при переходе в основное состояние этот ион испустил последовательно два фотона с длинами волн 108,5 нм и 30,4 нм.

5.19. Определить длину волны резонансной линии (линии серии Лаймана, имеющей наибольшую длину волны) для атома водорода и ионов He^+ и Li^{++} .

5.20. На сколько электронвольт надо увеличить внутреннюю энергию иона He^+ , находящегося в основном состоянии, чтобы он мог испустить фотон, соответствующий головной (самой длинноволновой) линии серии Бальмера?

5.21. У какого водородоподобного иона разность длин волн $\Delta\lambda$ головных линий (самых длинноволновых линий) серии Бальмера и Лаймана равна 59,3 нм?

5.22. В спектре водородоподобного иона длина волны λ третьей линии серии Бальмера равна 108,5 нм. Найти энергию связи $E_{\text{п}}$ электрона в основном состоянии этого иона.

5.23. Найти первый потенциал возбуждения E_1 и энергию ионизации E_i атома водорода.

5.24. Вычислить для мезоатома водорода (вместо электрона вокруг ядра движется мезон, имеющий тот же заряд, что и электрон,

но масса мезона m' в 207 раз больше массы электрона) расстояние r_1 между мезоном и ядром в основном состоянии.

5.25. Вычислить для мезоатома водорода (вместо электрона вокруг ядра движется мезон, имеющий тот же заряд, что и электрон, но масса мезона m' в 207 раз больше массы электрона) длину волны λ резонансной линии (самой длинноволновой линии спектра Лаймана).

6. ВОЛНЫ ДЕ БРОЙЛЯ

Теоретические сведения

Гипотеза де Бройля заключалась в том, что все материальные частицы обладают не только корпускулярными, но и волновыми свойствами. То есть корпускулярно – волновой дуализм универсален и является свойством как материи (микрочастиц), так и взаимодействия (полей).

Формула де Бройля связывает длину волны λ , с помощью которой можно описать частицу, с ее импульсом p

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad (6.1)$$

где h – постоянная Планка.

В случае движения со скоростями $v \ll c$ ($E_k \ll m_0c^2$)

$$p = m_0v, \quad (6.2)$$

где m_0 – масса покоя частицы; c – скорость света.

Кинетическая энергия E_k частицы в этом случае

$$E_k = \frac{p^2}{2m_0} = \frac{m_0v^2}{2}. \quad (6.3)$$

Если скорость частиц $v \sim c$,

$$p = \frac{m_0v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (6.4)$$

Кинетическая энергия частицы в релятивистском случае определяется следующим образом

$$E_k = m_0c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right). \quad (6.5)$$

Соотношение между импульсом p и кинетической энергией E_k релятивистской частицы

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{E_k(E_k + 2m_0c^2)}. \quad (6.6)$$

При прохождении микрочастиц через щель шириной b может наблюдаться дифракционная картина. Положение дифракционных минимумов определяется выражением

$$b \sin \varphi = k\lambda, \quad (6.7)$$

где k – порядок дифракционного минимума; φ – угол, под которым наблюдается дифракционный минимум.

При падении микрочастиц на кристалл может наблюдаться дифракция, описываемая формулой Вульфа – Брэгга

$$2d \sin \alpha = k\lambda, \quad (6.8)$$

где d – межплоскостное расстояние в кристалле; α – угол скольжения, $k=1, 2, 3, \dots$ – порядок дифракции.

Кинетическая энергия E_k , которую приобретает частица, проходя ускоряющее напряжение U

$$E_k = qU, \quad (6.9)$$

где q – заряд частицы.

Сплошное рентгеновское излучение, возникающее при торможении электронов на антикатоде рентгеновской трубки, имеет граничную длину волны

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{E_k}. \quad (6.10)$$

Среднеквадратичная скорость движения молекул

$$v = \sqrt{3kT / m_0}, \quad (6.11)$$

где k – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура.

Наиболее вероятная скорость движения молекул

$$v_{\text{вер}} = \sqrt{2kT / m_0}. \quad (6.12)$$

Задачи

6.1. Найти длину волны де Бройля λ для электронов, прошедших ускоряющую разность потенциалов $U_1=1\text{В}$, $U_2= 100 \text{ В}$, $U_3=10000 \text{ В}$.

6.2. Найти длину волны де Бройля λ для: а) электрона, движущегося со скоростью $v=10^6 \text{ м/с}$; б) атома водорода, движущегося со среднеквадратичной скоростью при температуре $T=300 \text{ К}$; в) шарика массой $m=1 \text{ г}$, движущегося со скоростью $v=1 \text{ см/с}$.

6.3. Определить длину волны де Бройля λ электрона и протона, если их кинетическая энергия $E_k=1$ кэВ.

6.4. При каких значениях кинетической энергии E_k длина волны λ де Бройля электрона и протона будет равна 100 пм?

6.5. Заряженная частица, ускоренная разностью потенциалов $U=200$ В, имеет длину волны де Бройля $\lambda=2$ пм. Найти массу частицы m_0 , если ее заряд q численно равен заряду электрона.

6.6. Альфа – частица движется по окружности радиуса $r=8,3$ мм в однородном магнитном поле, индукция B которого 24 мТл. Найти длину волны де Бройля λ такой частицы. Заряд альфа – частицы q численно равен $2e$.

6.7. При увеличении энергии электрона на $\Delta E_k=200$ эВ длина волны де Бройля изменилась в 2 раза. Найти первоначальную длину волны электрона λ_1 .

6.8. Найти длину волны де Бройля λ молекул водорода H_2 , движущихся с наиболее вероятной скоростью $v_{вер}$ в газе при температуре $t=0^\circ$ С.

6.9. С какой скоростью v движется электрон, если длина волны де Бройля λ электрона в два раза больше его комптоновской длины волны λ_c ?

6.10. Найти кинетическую энергию E_k , при которой длина волны де Бройля λ электрона в три раза больше его комптоновской длины волны λ_c .

6.11. Найти длину волны де Бройля λ для электрона, движущегося по круговой орбите атома водорода, находящегося в основном состоянии.

6.12. Какую дополнительную энергию ΔE_k необходимо сообщить электрону с импульсом $p=15$ кэВ/с (c – скорость света), чтобы его длина волны стала равной $\lambda=50$ пм?

6.13. Протон с длиной волны де Бройля $\lambda_1=1,7$ пм упруго рассеивается под углом $\alpha=90^\circ$ на первоначально покоившейся частице, масса которой m в 4 раза больше массы протона m_p . Определить длину волны де Бройля рассеянного протона λ_2 .

6.14. Релятивистская частица, масса покоя которой m_0 , движется с кинетической энергией E_k . Найти: длину волны де Бройля частицы λ . Расчет провести для электрона с $E_k=1$ МэВ.

6.15. В ходе ядерной реакции нерелятивистский нейтрон с кинетической энергией $E_k=0,5$ эВ упруго взаимодействует с альфа – частицей, скорость которой пренебрежимо мала. Найти длины волн

де Бройля частиц λ_n и λ_α после взаимодействия. Считать массу альфа – частицы в $\eta=4$ раза большей, чем масса нейтрона.

6.16. В ходе ядерной реакции нерелятивистский нейтрон с кинетической энергией $E_k=0,5$ эВ упруго взаимодействует с альфа – частицей, скорость которой пренебрежимо мала. Найти длины волн де Бройля частиц $\tilde{\lambda}$ в системе центра масс после взаимодействия. Считать массу альфа – частицы в $\eta=4$ раза большей, чем масса нейтрона.

6.17. Атомы водорода и гелия движутся в одном направлении, причем длина волны де Бройля каждого атома $\lambda=60$ пм. Найти длины волн де Бройля $\tilde{\lambda}$ обоих атомов в системе центра масс. Полагать массу альфа – частицы в $\eta=4$ раза большей, чем масса атома водорода.

6.18. Две одинаковые частицы движутся с нерелятивистскими скоростями перпендикулярно друг другу. Длины волн де Бройля частиц равны $\lambda_1=50$ пм и $\lambda_2=80$ пм. Найти длину волны $\tilde{\lambda}$ каждой частицы в системе центра масс.

6.19. Параллельный пучок электронов, движущихся с одинаковой скоростью $v=10^6$ м/с, падает нормально на диафрагму с длинной щелью шириной $b=1$ мкм. Проходя через щель, электроны образуют дифракционную картину на экране. Экран расположен на расстоянии $L=50$ см от щели параллельно плоскости диафрагмы. Определить линейное расстояние Δx между первыми дифракционными минимумами.

6.20. Пучок моноэнергетических электронов падает нормально на диафрагму с узкой щелью $b=2$ мкм. Найти скорость электронов, если на экране, отстоящем от щели на $L=50$ см, ширина центрального дифракционного максимума $\Delta x=0,36$ мм.

6.21. На грань некоторого кристалла под углом $\alpha=60^\circ$ к его поверхности падает параллельный пучок электронов, движущихся с одинаковой скоростью. Определить скорость электронов, если они испытывают интерференционное отражение первого порядка. Расстояние между атомными плоскостями кристалла равно $d=0,2$ нм.

6.22. Узкий пучок моноэнергетических электронов падает под углом скольжения $\alpha=30^\circ$ на естественную грань монокристалла алюминия. Расстояния между соседними кристаллическими плоскостями, параллельными этой грани монокристалла, $d=0,2$ нм. При некотором ускоряющем напряжении U_0 наблюдается максимум зеркального отражения порядка k . Найти U_0 , если известно, что следующий максимум зеркального отражения возникает при увеличении ускоряющего напряжения в 2,25 раза.

6.23. Пучок электронов с кинетической энергией $E_k=180$ эВ падает нормально на поверхность монокристалла никеля. В направлении, составляющем угол $\alpha=55^\circ$ с нормалью к поверхности, наблюдается максимум отражения порядка $k=4$. Найти межплоскостное расстояние d , соответствующее этому отражению.

6.24. Вычислить длину волны де Бройля релятивистских электронов, подлетающих к антикатоде рентгеновской трубки, если длина волны коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра равна 10 пм.

6.25. Частица массы $m=9\cdot 10^{-31}$ кг движется в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Ширина ямы $a=10^{-10}$ м. Найти значения энергии E_k частицы для $k=1$ и $k=2$, имея в виду, что возможны лишь такие состояния, для которых в яме укладывается целое число k длин полуволен ($\lambda/2$).

7. СООТНОШЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ ГЕЙЗЕНБЕРГА

Теоретические сведения

Волновые свойства микрочастиц проявляются в том, что измеряемые в опытах величины не могут быть определены сколь угодно точно.

Принцип неопределенностей Гейзенберга ограничивает точность измерений. Имеют место следующие соотношения:

$$\Delta p_x \Delta x \geq h / 2; \quad (7.1)$$

$$\Delta p_y \Delta y \geq h / 2; \quad (7.2)$$

$$\Delta p_z \Delta z \geq h / 2; \quad (7.3)$$

$$\Delta E \Delta t \geq h / 2; \quad (7.4)$$

$$\Delta L \Delta \varphi \geq h / 2, \quad (7.5)$$

где Δx , Δy , Δz – линейный размер области, в которой локализована частица (неопределенность координаты), Δp_x , Δp_y , Δp_z – неопределенность проекций импульса частицы на оси x , y , z , ΔE – неопределенность энергии квантового состояния, Δt – характеристическое время состояния, в котором находится частица (время жизни в каком – либо состоянии или время одного оборота), ΔL – неопределенность момента импульса частицы, $\Delta \varphi$ – неопределенность угловой координаты, h – постоянная Планка.

Импульс p частицы при движении со скоростями $v \ll c$

$$p = m_0 v, \quad (7.6)$$

где m_0 – масса покоя частицы.

Импульс релятивистской частицы:

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (7.7)$$

где c – скорость света в вакууме.

Кинетическая энергия частицы при движении со скоростями $v \ll c$

$$E_k = \frac{m_0 v^2}{2}. \quad (7.8)$$

Кинетическая энергия релятивистской частицы

$$E_{\text{к}} = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right). \quad (7.9)$$

Задачи

7.1. Электрон локализован в области с линейным размером $l=1,0$ мкм. Среднее значение его кинетической энергии $E_{\text{к}}=4,0$ эВ. Оценить с помощью соотношения неопределенностей относительную неопределенность $\Delta v/v$ скорости электрона.

7.2. Электрон локализован в области с линейным размером $l=1,0$ мкм. Среднее значение его кинетической энергии $E_{\text{к}}=4,0$ эВ. Оценить с помощью соотношения Гейзенберга неопределенность $\Delta E_{\text{к}}$ его кинетической энергии.

7.3. Во сколько раз длина волны де Бройля частицы λ меньше неопределенности ее координаты Δx , которая соответствует относительной неопределенности импульса $\Delta p/p$ в 1%?

7.4. Свободно движущаяся нерелятивистская частица имеет относительную неопределенность кинетической энергии $\Delta E_{\text{к}}/E_{\text{к}} \sim 1,6 \cdot 10^{-4}$. Оценить, во сколько раз неопределенность координаты Δx такой частицы больше ее длины волны де Бройля λ .

7.5. Протон локализована в области размером $l=0,1$ нм. Оценить кинетическую энергию протона $E_{\text{к}}$, при котором ее относительная неопределенность $\Delta E_{\text{к}}/E_{\text{к}}$ будет порядка 0,01. Ответ привести в электронвольтах.

7.6. Оценить неопределенность скорости Δv электрона в атоме водорода, полагая размер атома порядка $\Delta x=0,1$ нм.

7.7. Оценить относительную ошибку $\Delta v/v$ в определении скорости электрона в атоме водорода, полагая размер атома порядка $\Delta x=0,1$ нм. Средняя скорость электрона на орбите $v = \frac{1}{137}c$, где c – скорость света.

7.8. Предполагается, что неопределенность координаты Δx движущейся частицы равна длине волны де Бройля λ . Найти относительную неточность $\Delta p/p$ определения импульса этой частицы.

7.9. Положение центра шарика массой $m=1$ г и положение электрона известно с точностью до $\Delta x=1$ мкм. Найти наименьшую

ошибку Δv , с которой при этом можно определить скорость шарика и скорость электрона.

7.10. Оценить минимальную кинетическую энергию электрона $E_{k \min}$, локализованного в области размером $\Delta x = 0,1$ нм.

7.11. Оценить с помощью соотношения неопределенностей минимально возможную энергию E_{\min} электрона в атоме водорода, считая, что один оборот электрона вокруг ядра происходит за $\tau = 1,5 \cdot 10^{-16}$ с. Ответ привести в электронвольтах.

7.12. Оценить с помощью соотношения неопределенностей минимальное расстояние r_{\min} между ядром и электроном в атоме водорода, считая, что средняя скорость электрона на орбите $v = \frac{1}{137}c$, где c – скорость света, а неопределенность скорости не превосходит этого значения.

7.13. Оценить ширину спектральной линии $\Delta\lambda$, если время жизни атома в возбужденном состоянии $\tau = 10^{-8}$ с, а длина волны излучаемого фотона $\lambda = 0,6$ мкм.

7.14. В основном состоянии атом может находиться сколь угодно долго, в возбужденном состоянии время жизни атома τ равно 10^{-8} с. Используя соотношение неопределенностей, оценить в электронвольтах ширину ΔE энергетического уровня в атоме водорода, находящегося: а) в основном состоянии; б) в возбужденном состоянии.

7.15. Показать, используя соотношение неопределенностей, что в ядре не могут находиться электроны. Линейные размеры ядра l принять равными 5 фм.

7.16. Воспользовавшись принципом неопределенности, оценить кинетическую энергию E_k нуклона (протона или нейтрона) в ядре. Линейные размеры ядра l принять равными 5 фм.

7.17. Внутри сферической полости радиуса $R = 10$ пм находится частица массы $m = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг. Используя соотношение неопределенностей, оценить минимально возможную энергию частицы E_{\min} .

7.18. Используя соотношение неопределенностей, оценить минимальную энергию E_{\min} , которой может обладать частица массы $m = 9 \cdot 10^{-31}$ кг, находящаяся в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной $a = 100$ пм.

7.19. Частица массы $m = 9 \cdot 10^{-31}$ кг находится в одномерной потенциальной яме шириной $a = 100$ пм с бесконечно высокими стенками. Оценить минимально возможную силу давления F_{\min} частицы на стенки ямы.

7.20. Атом испустил фотон с длиной волны $\lambda=0,6$ мкм. Оценить неопределенность Δx , с которой можно установить координату фотона в направлении его движения.

7.21. Атом испустил фотон с длиной волны $\lambda=0,6$ мкм за время $\tau=10^{-8}$ с. Определить относительную неопределенность его длины волны $\Delta\lambda/\lambda$.

7.22. Моноэнергетический пучок электронов с кинетической энергией 10 эВ падает на щель шириной $a=10$ нм. Считая, что неопределенность координаты $\Delta x=a$, оценить возможный угол отклонения β электрона от первоначального направления.

7.23. Поток электронов с длиной волны де Бройля $\lambda=0,6$ мкм падает нормально на прямоугольную щель шириной $b=0,1$ мм. Оценить с помощью соотношения неопределенностей угловую ширину пучка φ за щелью (в угловых градусах).

7.24. При электронном переходе в атоме момент импульса изменяется на величину $\Delta L=\hbar$. С помощью соотношения неопределенностей оценить количество оборотов N вокруг ядра, которое совершает электрон при переходе с одной орбиты на другую.

7.25. Электрон, неопределенность кинетической энергии которого $\Delta E_k=1$ мэВ, влетает в магнитное поле с индукцией $B=54$ мТл и движется по окружности. С помощью соотношения неопределенностей оценить неопределенность угловой координаты электрона $\Delta\varphi$.

8. УРАВНЕНИЕ ШРЕДИНГЕРА. ВОЛНОВАЯ ФУНКЦИЯ

Теоретические сведения

Для описания движения микрочастиц в стационарных состояниях используется уравнение Шредингера

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0, \quad (8.1)$$

где $\psi(x, y, z)$ – волновая функция, описывающая состояние частицы; m – масса частицы; E – энергия частицы; U – потенциальная энергия поля, в котором находится частица; \hbar – приведенная постоянная Планка.

Волновая функция должна быть конечной при всех доступных значениях аргумента, однозначной и непрерывной вместе со своей первой производной.

Вероятность dP обнаружения частицы в элементе объема dV

$$dP = |\psi(x, y, z)|^2 dV. \quad (8.2)$$

В случае одномерного движения

а) вероятность dP обнаружить частицу в интервале от x до $x+dx$:

$$dP = |\psi(x)|^2 dx; \quad (8.3)$$

б) вероятность P обнаружить частицу в конечном интервале от x_1 до x_2 :

$$P = \int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx; \quad (8.4)$$

в) условие нормировки волновой функции:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1; \quad (8.5)$$

г) плотность вероятности волновой функции:

$$\frac{dP}{dV} = |\psi(x, y, z)|^2. \quad (8.6)$$

Рассмотрим некоторые частные случаи решений уравнения Шредингера.

1. Электрон в атоме водорода.

Радиальная часть волновой функции основного состояния атома водорода описывается выражением

$$\psi(r) = \sqrt{\frac{1}{\pi r_1^3}} \exp\left(-\frac{r}{r_1}\right), \quad (8.7)$$

где r_1 – первый боровский радиус.

Сила кулоновского взаимодействия F электрона и ядра в атоме водорода по модулю равна

$$F(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}, \quad (8.8)$$

где e – заряд электрона; ϵ_0 – электрическая постоянная.

Потенциальная энергия взаимодействия U электрона и ядра в атоме водорода равна

$$U(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}. \quad (8.9)$$

2. Квантовый гармонический осциллятор.

Волновая функция ψ_0 гармонического осциллятора в основном состоянии

$$\psi_0(x) = A \exp\left(-\frac{m\omega x^2}{2\hbar}\right) = \frac{1}{\sqrt{x_0\sqrt{\pi}}} \exp\left(-\frac{x^2}{2x_0^2}\right), \quad (8.10)$$

где m – масса частицы, совершающей колебание; ω – частота колебания; A – нормировочный множитель, $x_0^2 = \frac{\hbar}{m\omega}$.

Потенциальная энергия U и возвращающая сила F гармонического осциллятора, совершающего колебания вдоль оси x и имеющего жесткость k

$$U(x) = \frac{m\omega^2 x^2}{2}, \quad F = kx. \quad (8.11)$$

Энергия, которой может обладать квантовый гармонический осциллятор в этом силовом поле, определяется выражением

$$E_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right), \quad (8.12)$$

где $n=0, 1, 2, 3, \dots$ – номер энергетического состояния.

3. Частица в прямоугольной потенциальной яме.

Волновая функция частицы массой m в одномерной бесконечно глубокой потенциальной яме шириной l

$$\psi(x) = A \sin \frac{n\pi x}{l}, \quad (8.13)$$

где $n=0, 1, 2, 3, \dots$ – номер квантового состояния; $A = \sqrt{\frac{2}{l}}$ – нормировочный множитель. Энергия частицы в этом случае имеет вид

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2. \quad (8.14)$$

Волновая функция частицы массой m в двумерной бесконечно глубокой потенциальной яме шириной l_1 – по оси x и l_2 – по оси y

$$\psi(x, y) = A \sin \frac{n_1 \pi x}{l_1} \sin \frac{n_2 \pi y}{l_2}, \quad (8.15)$$

где $n_1=0, 1, 2, 3, \dots$ и $n_2=0, 1, 2, 3, \dots$ – квантовые числа. Энергия частицы в такой яме

$$E_{n_1 n_2} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml_1^2} n_1^2 + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml_2^2} n_2^2. \quad (8.16)$$

Волновая функция частицы массой m в трехмерной бесконечно глубокой потенциальной яме шириной l_1 – по оси x и l_2 – по оси y и шириной l_3 – по оси z

$$\psi(x, y, z) = A \sin \frac{n_1 \pi x}{l_1} \sin \frac{n_2 \pi y}{l_2} \sin \frac{n_3 \pi z}{l_3}, \quad (8.17)$$

где $n_1=0, 1, 2, 3, \dots$, $n_2=0, 1, 2, 3, \dots$ и $n_3=0, 1, 2, 3, \dots$ – квантовые числа. Энергия частицы при этом условии

$$E_{n_1 n_2 n_3} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml_1^2} n_1^2 + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml_2^2} n_2^2 + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml_3^2} n_3^2. \quad (8.18)$$

Среднее значение любой физической величины $f(r)$, зависящей от координаты, в состоянии, описываемом волновой функцией $\psi(r)$, можно рассчитать следующим образом:

$$\langle f(r) \rangle = \int_0^\infty \psi^*(r) f(r) \psi(r) dr. \quad (8.19)$$

Для вычисления интегралов из этого раздела можно воспользоваться табличными интегралами, приведенными в приложении.

Задачи

8.1. Состояние частицы, находящейся в бесконечно глубокой потенциальной яме ширины l задано волновой функцией $\psi = Ax(l-x)$. Убедившись, что эта функция удовлетворяет граничным условиям, найти нормировочный коэффициент A .

8.2. Электрон находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Найти ширину ямы, если разность энергии между уровнями с $n_1=2$ и $n_2=3$ составляет $\Delta E = 0,30$ эВ.

8.3. Частица находится в основном состоянии в одномерной прямоугольной потенциальной яме ширины l с бесконечно высокими стенками. Найти вероятность нахождения частицы в области $\frac{l}{3} < x < \frac{2l}{3}$.

8.4. Частица массы m находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Найти энергию E частицы в стационарном состоянии, описываемом волновой функцией $\psi \sim \sin kx$, где k – заданная постоянная, x – расстояние от одного края ямы.

8.5. Частица массы m находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Решить уравнение Шредингера и найти энергию E частицы в стационарном состоянии, если ширина ямы l , а число узлов волновой функции $\psi(x)$ равно N .

8.6. Частица находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Ширина ямы равна l . Получить нормированные волновые функции $\psi_n(x)$ стационарных состояний частицы, взяв начало отсчета координаты x в середине ямы.

8.7. Частица находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Ширина ямы равна l . Найти массу частицы m , если разность энергий третьего и второго энергетических уровней равна ΔE .

8.8. Частица находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Найти квантовое число n энергетического уровня частицы, если интервалы энергии до соседних с ним уровней (верхнего и нижнего) относятся как $7/5$.

8.9. Частица находится в основном состоянии в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Ширина ямы равна l . Найти вероятность P пребывания частицы в области $\frac{l}{3} < x < \frac{l}{2}$.

8.10. Частица находится в основном состоянии в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной l с бесконечно высокими стенками. Найти вероятность P пребывания частицы, в области $0 < x < \frac{2l}{3}$.

8.11. Протон находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной $l=1$ нм с бесконечно высокими стенками. Найти наименьшую разность энергетических уровней ΔE протона.

8.12. Решив уравнение Шредингера для гармонического осциллятора с частотой ω , найти его энергию E_0 в основном состоянии.

8.13. Вычислить нормировочный коэффициент A собственной волновой функции ψ_0 гармонического осциллятора, имеющего массу m и частоту ω в основном состоянии.

8.14. Волновая функция одномерного гармонического осциллятора, находящегося в основном состоянии, имеет вид $\psi_0(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4} \exp\left(-\frac{m\omega x^2}{2\hbar}\right)$. Определить среднее значение величины возвращающей силы, выразив его через массу частицы m и частоту колебаний ω .

8.15. Частица находится в двумерной прямоугольной потенциальной яме в области $(0 < x < l_1; 0 < y < l_2)$ с бесконечно высокими стенками. Найти вероятность нахождения частицы в области $0 < x < \frac{l_1}{3}$.

8.16. Волновая функция ψ некоторой частицы имеет вид $\psi(r) = \frac{A}{r} \exp\left(\frac{-r^2}{2a^2}\right)$, где r – расстояние частицы от силового центра; a – константа. Найти значение нормировочного множителя A .

8.17. Волновая функция ψ некоторой частицы имеет вид $\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi a\sqrt{\pi}}} \frac{1}{r} \exp\left(-\frac{r^2}{2a^2}\right)$, где r – расстояние частицы от силового центра; a – константа. Найти среднее расстояние $\langle r \rangle$ частицы от силового центра.

8.18. Найти значение константы A радиальной части волновой функции ψ_1 основного состояния водородного атома.

8.19. Найти среднее значение силы Кулона, действующей на электрон в основном состоянии атома водорода.

8.20. Найти среднее расстояние $\langle r \rangle$ электрона от ядра в основном состоянии атома водорода.

8.21. Найти среднее значение потенциальной энергии электрона $\langle U \rangle$ в основном состоянии атома водорода.

8.22. Частица массы m находится в трехмерной кубической потенциальной яме с абсолютно непроницаемыми стенками. Сторона куба равна l . Найти разность энергий третьего и четвертого уровней.

8.23. Найти значения энергии $E_{n_1 n_2}$ частицы массы m , находящейся в двумерной бесконечно глубокой потенциальной яме, ширина которой по оси x равна a , по оси y равна b ($0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$).

8.24. Частица массы m находится в трехмерной кубической потенциальной яме с абсолютно непроницаемыми стенками. Сторона куба равна l . Найти энергию шестого уровня и соответствующее ему число состояний (кратность вырождения).

8.25. Найти значения энергии $E_{n_1 n_2 n_3}$ частицы массы m , находящейся в трехмерном непроницаемом потенциальном ящике, ширина которого по оси x равна a , по оси y равна b , по оси z равна c ($0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$, $0 \leq z \leq c$).

9. ПРОХОЖДЕНИЕ ЧАСТИЦ ЧЕРЕЗ ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ БАРЬЕРЫ

Теоретические сведения

Бесконечно широкий одномерный потенциальный барьер – потенциальное поле, зависимость энергии которого от координаты приведена на рис. 9.1.

Вероятность отражения волн де Бройля от низкого бесконечно широкого потенциального барьера (коэффициент отражения ρ , рис. 9.1,а):

$$\rho = \left| \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right|^2. \quad (9.1)$$

Вероятность прохождения волн де Бройля через низкий бесконечно широкий потенциальный барьер (коэффициент прохождения τ)

$$\tau = \frac{4k_1k_2}{(k_1 + k_2)^2}. \quad (9.2)$$

Вне силового поля волновое число k_1 , описывающее волны де Бройля, зависит от полной энергии E частицы

$$k_1 = \sqrt{\frac{2m_0E}{\hbar^2}}, \quad (9.3)$$

где \hbar – приведенная постоянная Планка; m_0 – масса покоя частицы, проходящей потенциальный барьер.

В силовом поле, когда $E > U_0$ (низкий силовой барьер), волновое число k_2 определяется выражением

$$k_2 = \sqrt{\frac{2m_0(E - U_0)}{\hbar^2}}, \quad (9.6)$$

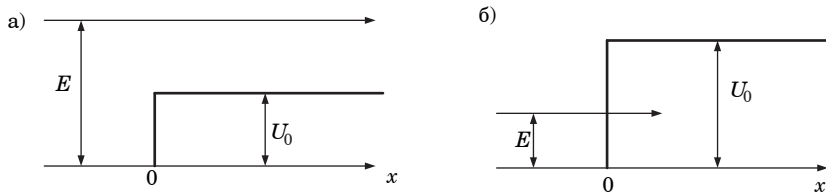


Рис. 9.1. Бесконечно широкий потенциальный барьер:
а) низкий барьер; б) высокий барьер

где U_0 – высота потенциального барьера.

Длина волны де Бройля λ связана с волновым числом соотношением

$$\lambda = \frac{2\pi}{k}. \quad (9.7)$$

Коэффициент преломления n волн де Бройля на границе низко-го потенциального барьера бесконечной ширины:

$$n = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{k_2}{k_1}. \quad (9.8)$$

Волновая функция частицы в отсутствии силового поля описывается выражением

$$\psi(x) = a \exp^{-ik_1x}. \quad (9.4)$$

Волновая функция частицы в одномерном силовом поле в области потенциального барьера имеет вид

$$\psi(x) = b \exp^{-k_2x}. \quad (9.5)$$

Эффективная глубина $x_{\text{эф}}$ проникновения частиц за высокий потенциальный барьер ($E < U_0$) – это расстояние от барьера до точки, в которой плотность вероятности $|\psi(x)|^2$ нахождения частицы уменьшается в e раз

$$x_{\text{эф}} = \frac{1}{2k}, \quad (9.9)$$

где $k = \sqrt{\frac{2m_0(U_0 - E)}{\hbar^2}}$.

Прямоугольный потенциальный барьер конечной ширины d имеет вид, приведенный на рис. 9.2.

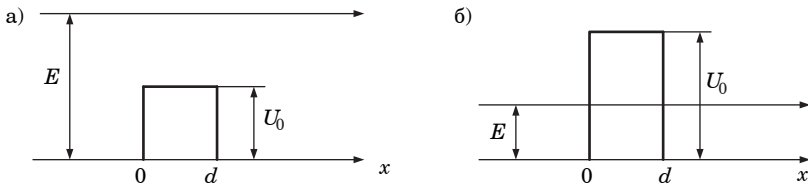


Рис. 9.2. Потенциальный барьер конечной ширины: а) низкий барьер; б) высокий барьер

Коэффициент прозрачности D прохождения высокого прямоугольного потенциального барьера конечной ширины d (рис. 9.2,б)

$$D \sim \exp\left[-\frac{2d}{\hbar}\sqrt{2m_0(U-E)}\right], \quad (9.10)$$

Вероятность W прохождения барьера пропорциональна коэффициенту прозрачности D .

Задачи

9.1. Электрон обладает энергией $E=10$ эВ. Определить, во сколько раз изменится его скорость v и длина волны де Бройля λ при прохождении через потенциальный барьер высотой $U_0=6$ эВ бесконечной ширины.

9.2. Протон с энергией $E=1$ МэВ изменил при прохождении бесконечно широкого потенциального барьера ($U_0 \ll E$) длину волны де Бройля λ на $\eta=1\%$. Определить высоту потенциального барьера U_0 .

9.3. На пути электрона с длиной волны де Бройля $\lambda_1=0,1$ нм находится бесконечно широкий потенциальный барьер высотой $U_0=120$ эВ. Определить длину волны де Бройля λ_2 после прохождения барьера.

9.4. Электрон с энергией $E=100$ эВ падает на бесконечно широкий потенциальный барьер высотой $U_0=64$ эВ. Определить вероятность W того, что электрон отразится от барьера.

9.5. Электрон с энергией $E=25$ эВ, двигаясь в положительном направлении оси x , встречает на своем пути потенциальный барьер высотой $U_0=9$ эВ бесконечной ширины. Определить коэффициент преломления n волн де Бройля на границе раздела.

9.6. Определить коэффициент преломления n волн де Бройля для протона, движущегося в отрицательном направлении оси x , на границе бесконечно широкого потенциального барьера высотой $U_0=9$ эВ. Кинетическая энергия E_k протона равна 16 эВ.

9.7. Вывести формулу, связывающую коэффициент преломления n волн де Бройля на границе низкого бесконечно широкого потенциального барьера и коэффициент отражения ρ от него.

9.8. Вывести формулу, связывающую коэффициент прохождения τ частиц через низкий бесконечно широкий потенциальный барьер и коэффициент преломления n волн де Бройля.

9.9. Найти приближенное выражение коэффициента отражения ρ от очень низкого потенциального барьера ($U_0 \ll E$) бесконечной ширины.

9.10. Коэффициент отражения ρ протона от низкого потенциального барьера бесконечной ширины равен $2,5 \cdot 10^{-5}$. Определить, какой процент η составляет высота барьера U_0 от энергии E падающих электронов.

9.11. При каком отношении высоты U_0 низкого потенциального барьера бесконечной ширины и энергии E электрона, падающего на барьер, коэффициент отражения $\rho=0,5$?

9.12. Энергия электрона E в два раза превышает высоту U_0 низкого потенциального барьера бесконечной ширины. Определить коэффициент ρ отражения и коэффициент τ прохождения электронов на границе раздела.

9.13. Коэффициент прохождения электронов τ через низкий потенциальный барьер бесконечной ширины равен коэффициенту отражения ρ . Определить, во сколько раз энергия E электронов больше высоты потенциального барьера U_0 .

9.14. Вычислить коэффициент прохождения τ электронов с энергией $E=100$ эВ через потенциальный барьер высотой $U_0=99,75$ эВ бесконечной ширины.

9.15. Электрон движется в положительном направлении оси x и встречает на своем пути высокий потенциальный барьер бесконечной ширины. Найти эффективную глубину проникновения $x_{\text{эф}}$ электрона за барьер, если $U_0-E=1$ эВ.

9.16. Электрон движется в положительном направлении оси x и встречает на своем пути высокий потенциальный барьер бесконечной ширины. Эффективная глубина проникновения электрона за барьер $x_{\text{эф}}=0,2$ нм. На сколько электронвольт высота потенциального барьера U_0 превышает энергию электрона E ?

9.17. Ширина d прямоугольного потенциального барьера равна $0,2$ нм, разность энергий $U_0-E=0,5$ эВ. Во сколько раз изменится вероятность W прохождения электрона через барьер, если разность энергий возрастет в $n=10$ раз?

9.18. Электрон с энергией $E=9$ эВ движется в положительном направлении оси x . При какой ширине d потенциального барьера коэффициент прозрачности $D=0,1$? Высота барьера $U_0=10$ эВ.

9.19. При какой ширине d потенциального барьера коэффициент прозрачности D для электрона равен $0,01$? Разность энергий $U_0-E=10$ эВ.

9.20. Электрон с энергией E движется в положительном направлении оси x . При каком значении U_0-E , выраженном в электронвольтах, коэффициент прозрачности $D=0,001$? Ширина барьера $d=0,1$ нм.

9.21. Электрон с энергией $E=9$ эВ движется в положительном направлении оси x . Оценить вероятность W того, что электрон пройдет через потенциальный барьер, если высота барьера $U_0=10$ эВ, а его ширина $d=0,1$ нм.

9.22. Прямоугольный потенциальный барьер имеет ширину $d=0,1$ нм. При какой разности энергий U_0-E вероятность W прохождения электрона через барьер равна 0,99?

9.23. Протон и электрон прошли одинаковую ускоряющую разность потенциалов $\Delta\varphi=15$ кВ. Во сколько раз отличается коэффициент прозрачности D_e для электрона и D_p для протона, если высота барьера $U_0=20$ кэВ, а ширина $d=0,1$ пм?

9.24. Найти вероятность W прохождения электрона через прямоугольный потенциальный барьер при разности энергий $U_0-E=1$ эВ, если ширина барьера: а) $d=0,1$ нм; б) $d=0,5$ нм.

9.25. Электрон проходит через прямоугольный потенциальный барьер шириной $d=0,5$ нм. Высота U_0 барьера больше энергии E электрона на $\eta=1\%$. Вычислить коэффициент прозрачности D , если энергия электрона: а) $E=10$ эВ; б) $E=100$ эВ.

10. ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Теоретические сведения

Явление радиоактивности – распад ядер нестабильных изотопов с образованием осколочных ядер, α -, β - и γ -излучения. При α -радиоактивности излучаются ядра гелия ${}^4_2\text{He}$, при β -радиоактивности – электроны, при γ -радиоактивности – γ -фотоны.

Изотоп атома X обозначается следующим образом:

$${}^A_Z X. \quad (10.1)$$

где A – массовое число; Z – зарядовое число.

Массовое число

$$A = N_p + N_n, \quad (10.2)$$

где N_p – число протонов в ядре; N_n – число нейтронов в ядре.

Зарядовое число Z равно числу протонов N_p в ядре или числу электронов в электронной оболочке N_e .

В ядерных реакциях выполняется закон сохранения массы

$$\sum_k A_k = \sum_m A'_m; \quad (10.3)$$

где $\sum_k A_k$ – сумма массовых чисел частиц до взаимодействия;

$\sum_m A'_m$ – сумма массовых чисел частиц после взаимодействия.

Также выполняется закон сохранения заряда

$$\sum_k Z_k = \sum_m Z'_m, \quad (10.4)$$

где $\sum_k Z_k$ – сумма зарядовых чисел частиц до взаимодействия;

$\sum_m Z'_m$ – сумма зарядовых чисел частиц после взаимодействия.

Масса изотопа m

$$m = N(N_p m_p + N_n m_n), \quad (10.5)$$

где N – число атомов изотопа; m_p – масса протона; m_n – масса нейтрона.

Основной закон радиоактивного распада в дифференциальной форме имеет вид

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N, \quad (10.6)$$

где dN – число атомов радиоактивного вещества, распавшихся за время dt ; N – число нераспавшихся атомов в момент времени t ; λ – постоянная радиоактивного распада.

В результате интегрирования получается выражение

$$N = N_0 \exp(-\lambda t), \quad N = N_0 2^{\frac{t}{T_{1/2}}}, \quad (10.7)$$

где N_0 – начальное число атомов; $T_{1/2}$ – период полураспада (промежуток времени, за который число нераспавшихся атомов уменьшается в два раза).

Среднее время жизни τ атомов радиоактивного вещества

$$\tau = 1 / \lambda. \quad (10.8)$$

Период полураспада $T_{1/2}$ и постоянная распада λ связаны выражением

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}. \quad (10.9)$$

Активность изотопа α определяется соотношением

$$\alpha = -\frac{dN}{dt} = \lambda N. \quad (10.10)$$

Число атомов в массе m вещества

$$N = \frac{N_A m}{M}, \quad (10.11)$$

где N_A – число Авогадро; M – молярная масса вещества.

Дефект массы Δm ядра атома

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_A, \quad (10.12)$$

где m_A – масса атома.

Масса некоторых изотопов (в атомных единицах массы)

Изотоп	Обозначение	Масса
Протон (водород)	$p({}_1^1\text{H})$	1,00783
Нейтрон	${}_0^1n$	1,00867
Дейтрон	${}_1^2\text{H}$	2,01410
Тритий	${}_1^3\text{H}$	3,01605
Гелий	${}_2^3\text{He}$	3,01603
Гелий	${}_2^4\text{He}$	4,00260

Энергия связи $E_{\text{св}}$ ядра любого изотопа определяется соотношением

$$E_{\text{св}} = c^2 \Delta m. \quad (10.13)$$

Удельная энергия связи (энергия связи на один нуклон):

$$E_{\text{уд}} = \frac{E_{\text{св}}}{A}. \quad (10.14)$$

Задачи

10.1. Период полураспада $T_{1/2}$ радиоактивного нуклида равен 1 ч. Определить среднюю продолжительность жизни τ этого нуклида.

10.2. За время $t=8$ суток распалось $k=0,75$ начального количества ядер радиоактивного изотопа. Определить период полураспада $T_{1/2}$.

10.3. Сколько ядер N распадается за время $t=1$ с из $N_0=10^9$ ядер изотопа йода ${}_{53}^{137}\text{I}$. Период полураспада изотопа $T_{1/2}=8$ суток.

10.4. Найти массу m радона ${}_{86}^{222}\text{Rn}$, активность которого $\alpha=3,7 \cdot 10^{10}$ Бк. Период полураспада изотопа $T_{1/2}=3,8$ суток.

10.5. Найти постоянную распада λ радона, если известно, что число атомов радона уменьшается за одни сутки ${}_{86}^{222}\text{Rn}$ на 18,2 % ($\eta = \frac{\Delta N}{N_0} = 0,182$).

10.6. За $t_1=1$ год начальное количество радиоактивного изотопа N_0 уменьшилось в $\eta_1=3$ раза. Во сколько раз оно уменьшится за $t_2=2$ года?

10.7. За какое время t распадается $\eta = \Delta N/N_0 = 0,25$ ядер радиоактивного изотопа, если период его полураспада $T_{1/2} = 24$ ч?

10.8. Радиоактивный натрий Na распадается, выбрасывая β -частицы. Период полураспада натрия $T_{1/2} = 14,8$ ч. Вычислить количество ΔN атомов, распавшихся в $m = 1$ мг данного радиоактивного препарата за $t = 10$ часов. Молярная масса натрия $M = 23$ г/моль.

10.9. При распаде $N_0 = 3,07 \cdot 10^{23}$ ядер радиоактивного полония ${}_{82}^{210}\text{Po}$ в течение времени $t = 1$ ч образовался гелий ${}_{2}^4\text{He}$, который при нормальных условиях занял объем $V = 89,5$ см³. Определить период полураспада $T_{1/2}$ полония.

10.10. В кровь человека ввели небольшое количество раствора, содержащего ${}^{24}\text{Na}$, имеющего активность $\alpha_0 = 2100$ Бк. Активность 1 см³ крови, взятой через $t = 5$ часов после этого, оказалась $\alpha = 0,28$ Бк. Найти объем крови человека. Период полураспада ${}^{24}\text{Na}$ равен $T_{1/2} = 15$ часов.

10.11. Определить дефект Δm массы и энергию связи $E_{\text{св}}$ ядра атома тяжелого водорода ${}_{1}^3\text{H}$.

10.12. Определить удельную энергию $E_{\text{уд}}$ связи ядра ${}_{6}^{12}\text{C}$ ($m_A = 12$ а.е.м.).

10.13. Какую наименьшую энергию E нужно затратить, чтобы разделить на отдельные нуклоны ядра ${}_{3}^7\text{Li}$ ($m_A = 7,01601$ а.е.м.) и ${}_{4}^7\text{Be}$ ($m_A = 7,01693$ а.е.м.)?

10.14. Определить энергию E , которая выделяется при образовании из протонов и нейтронов ядер гелия ${}_{2}^4\text{He}$ массой $m = 1$ г.

10.15. Какую наименьшую энергию E нужно затратить, чтобы разделить ядро ${}_{2}^4\text{He}$ на два дейтрона ${}_{1}^2\text{H}$?

10.16. При соударении γ – фотона с дейтроном ${}_{1}^2\text{H}$ дейтрон может расщепиться на два нуклона. Написать уравнение ядерной реакции и определить минимальную энергию γ – фотона E , способного вызвать такое расщепление.

10.17. Найти энергию E ядерной реакции ${}_{7}^{14}\text{N} + {}_{0}^1\text{n} \rightarrow {}_{6}^{14}\text{C} + {}_{1}^1\text{H}$, если для ядра ${}_{7}^{14}\text{N}$ энергия связи $E_{\text{св}1} = 104,66$ МэВ, а для ядра ${}_{6}^{14}\text{C}$ $E_{\text{св}2} = 105,29$ МэВ.

10.18. Пренебрегая кинетическими энергиями ядер дейтерия ${}_{1}^2\text{H}$ и принимая их суммарный импульс равным нулю, определить кинетические энергии $E_{\text{к}1}$ и $E_{\text{к}2}$ и импульсы p_1 и p_2 продуктов реакции ${}_{1}^2\text{H} + {}_{1}^2\text{H} \rightarrow {}_{2}^3\text{He} + {}_{0}^1\text{n}$.

10.19. При бомбардировке изотопа лития ${}_{3}^6\text{Li}$ дейтронами ${}_{1}^2\text{H}$ образуются две α – частицы. При этом выделяется энергия

$E=22,3$ МэВ. Зная массы дейтрона и α – частицы, найти массу m изотопа лития ${}^6_3\text{Li}$.

10.20. Определить кинетическую энергию E_k и скорость v теплового нейтрона при температуре окружающей среды $t=27^\circ\text{C}$.

10.21. Ядро урана ${}^{235}_{92}\text{U}$, захватив один нейтрон, разделилось на два осколка, причем освободились два нейтрона. Одним из осколков оказалось ядро изотопа ксенона ${}^{140}_{54}\text{Xe}$. Определить порядковый номер Z' и массовое число A' второго осколка.

10.22. При делении одного ядра урана-235 выделяется энергия $\varepsilon=200$ МэВ. Какую долю η энергии покоя E_0 ядра урана-235 составляет выделившаяся энергия?

10.23. Определить энергию E , которая освободится при делении всех ядер, содержащихся в уране-235 массой $m=1$ г. Энергия ε , выделяющаяся при распаде одного ядра урана-235, равна 200 МэВ.

10.24. Найти электрическую мощность P атомной электростанции, расходующей $m=0,1$ кг урана-235 в сутки, если КПД станции $\eta=16\%$, а энергия ε , выделяющаяся при распаде одного ядра урана-235, равна 200 МэВ.

10.25. Определить энергию ε α -распада ядра полония ${}^{210}_{82}\text{Po}$ ($m_A=209,98297$ а.е.м.).

1. Фундаментальные физические постоянные

Постоянная Стефана – Больцмана	$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$
Постоянная Вина	$b = 2,90 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Постоянная Планка	$\hbar = 1,0546 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ $h = 2\pi\hbar = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Скорость света в вакууме	$c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ м}/\text{с}$
Постоянная Больцмана.	$k = 1,3807 \cdot 10^{-23} \text{ Дж}/\text{К}$
Заряд электрона	$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Масса покоя электрона	$m_0 = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Масса покоя протона	$m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса покоя нейтрона	$m_n = 1,6750 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Нормальные условия	$t = 0^\circ \text{ C}, p = 760 \text{ мм. рт. ст.}$
Комптоновская длина волны при рассеянии на электроны	$\lambda_c = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$
Гравитационная постоянная	$G = 6,6726 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = 8,8510 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}/\text{м}$
Число Авогадро	$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,314 \text{ Дж}/(\text{К} \cdot \text{моль})$

2. внесистемные единицы измерения

Электрон-вольт: $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$.

Килоэлектрон-вольт: $1 \text{ кэВ} = 10^3 \text{ эВ}$.

Мегаэлектрон-вольт: $1 \text{ МэВ} = 10^6 \text{ эВ}$.

Миллиметр ртутного столба 1 мм рт. ст. (1 Торр) = 133,0 Па.

Ангстрем $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м}$.

Температура в градусах Цельсия $t^\circ \text{ C} = T - 273 \text{ К}$.

Атомная единица массы 1 а.е.м. = $1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$.

3. Приставки, используемые при образовании единиц измерения

атто-	а	10^{-18}
Фемто-	ф	10^{-15}
Пико-	п	10^{-12}
Нано-	н	10^{-9}
Микро-	мк	10^{-6}
Милли-	м	10^{-3}
Сантиметр-	с	10^{-2}

Деци-	д	10^{-1}
дека-	да	10^1
гекто-	г	10^2
Кило-	к	10^3
Мега-	М	10^6
Гига-	Г	10^9
Тера-	Т	10^{12}
Пета-	П	10^{15}

4. Математические формулы

Некоторые геометрические формулы

1. Площадь круга $S = \pi R^2$.
2. Поверхность сферы $S = 4\pi R^2$.
3. Объем шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Некоторые тригонометрические формулы

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)].$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\alpha).$$

Некоторые табличные интегралы

1. $\int \cos x dx = \sin x + C$.
2. $\int_0^{\infty} x \exp(-\beta x) dx = \frac{n!}{\beta^{n+1}}$, где $n = 0, 1, 2, 3, \dots$
3. $\int_0^{\infty} \exp(-\beta x^2) dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\beta}}$.
4. $\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\beta x^2) dx = \sqrt{\frac{\pi}{\beta}}$.
5. $\int_0^{\infty} x \exp(-\beta x^2) dx = \frac{1}{2\beta}$.
6. $\int_0^{\infty} x^2 \exp(-\beta x^2) dx = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\pi}{\beta}}$.
7. $\int_0^{\infty} x^3 \exp(-\beta x^2) dx = \frac{1}{2\beta^2}$.

ОТВЕТЫ

1.1 81. **1.2.** 340 Дж. **1.3.** 1000 К. **1.4.** 711 К. **1.5.** 2,22 кВт; 0,30.
1.6. 5895 К. **1.7.** 0,2. **1.8.** 396 К. **1.9.** 853 К, 3,4 мкм. **1.10.** 290 К.
1.11. 243. **1.12.** 1,93 мкм. **1.13.** 3, 81; 243. **1.14.** $2,25 \cdot 10^7$ Вт/м². **1.15.** 16.
1.16. 7250 К; $157 \cdot 10^6$ Вт/м². **1.17.** 11 см². **1.18.** 1,06. **1.19.** $5,1 \cdot 10^9$ кг/с.
1.20. 10^{11} лет. **1.23.** 9 А. **1.24.** 0,06 мм. **1.25.** 49 А.

2.1. 144 кэВ. **2.2.** 120°. **2.3.** 0,68 МэВ. **2.4.** 1,21 пм. **2.6.** 1,41 пм.
2.7. 0,256 МэВ. **2.8.** 0,256 МэВ. **2.9.** $2,67 \cdot 10^{-23}$ Н·с. **2.10.** 19°.
2.11. $0,882 m_0 c$. **2.12.** 0,8. **2.13.** 0,256 МэВ. **2.14.** $0,5 m_0 c$. **2.15.** $1,12 m_0 c$.
2.16. 0,5. **2.17.** 0,1 МэВ. **2.18.** 120°. **2.19.** 32°. **2.20.** 3,4 см. **2.21.** 0,2 МэВ.
2.22. -1,21 пм. **2.23.** 31°. **2.24.** 3,7 пм. **2.25.** 1,21 пм.

3.1. $3 \cdot 10^{-19}$ Дж. **3.2.** 4,37 В. **3.3.** 2,23 В. **3.4.** 3,35 эВ. **3.5.** $1,49 \cdot 10^6$ м/с.
3.6. 0,52 В. **3.7.** 28,8 В. **3.8.** $13,27 \cdot 10^{14}$ Гц. **3.9.** 4,7 эВ. **3.10.** 3,03 В.
3.11. $2,96 \cdot 10^{-25}$ Н·с. **3.12.** $5,96 \cdot 10^{-19}$ Дж; 262 нм. **3.13.** $3,19 \cdot 10^{-19}$ Дж.
3.14. 1,02 см. **3.15.** $6,61 \cdot 10^{-34}$ Дж·с. **3.16.** $12,47 \cdot 10^{-25}$ Н·с. **3.17.** 0,67.
3.18. 1 мкА. **3.19.** 20. **3.20.** $7,34 \cdot 10^{-25}$ Н·с.; $7,36 \cdot 10^{-25}$ Н·с. **3.21.** 654 нм.
3.22. $6,56 \cdot 10^{-34}$ Дж·с; $3,19 \cdot 10^{-19}$ Дж. **3.23.** 4,21 эВ. **3.24.** 1,5 В.
3.25. $0,72 \cdot 10^6$ м/с.

4.1. $3,2 \cdot 10^{-36}$ кг; $8,8 \cdot 10^{-32}$ кг; $1,8 \cdot 10^{-30}$ кг. **4.2.** $4 \cdot 10^9$ м⁻²·с⁻¹.
4.3. $4,5 \cdot 10^{-6}$ Па. **4.4.** $9 \cdot 10^{-6}$ Па. **4.5.** $2,2 \cdot 10^{19}$. **4.6.** 11. **4.7.** 0,55 мкм. **4.8.**
0,55 мкм. **4.9.** 9 м. **4.10.** $6 \cdot 10^{17} \frac{1}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}$. **4.11.** 28,6 мкПа. **4.12.** $5 \cdot 10^6$ Па.
4.13. $35 \cdot 10^{-9}$ Н с. **4.14.** $6 \cdot 10^{-6}$ Па. **4.15.** 0,18 мкН. **4.16.** $0,64 \cdot 10^{-9}$ Н.
4.17. 0,5°. **4.18.** $6,4 \cdot 10^{13}$ с⁻¹. **4.19.** $4 \cdot 10^{-9}$ Н; $2 \cdot 10^{18}$ с⁻¹. **4.20.** 41 пм. **4.21.**
16 кВ. **4.22.** 2,7 пм. **4.23.** $1,5 \cdot 10^8$ м/с. **4.24.** 31 кВ. **4.25.** $12,4 \text{ \AA}$ ·В.

5.1. 656,3 нм; 486,2 нм; 434,1 нм; 410,2 нм; 397,0 нм. **5.2.** 91,2 нм;
121,5 нм; 364,6 нм; 656 нм; 820,4 нм; 1875 нм. **5.3.** 1872,4 нм, се-
рия Пашена. **5.4.** 97,23 нм; серия Лаймана; $\lambda_2 = 486,2$ нм; се-
рия Бальмера; =1875 нм, серия Пашена. **5.5.** 4; 3. **5.6.** 44,2 км/с.
5.7. 60°. **5.8.** 3,26 м/с. **5.9.** 121,5 нм; $1,9 \cdot 10^6$ м/с. **5.10.** 13,6 эВ; $2,19 \cdot 10^6$ м/с.
5.11. $10,2 \text{ эВ} \leq E < 12,0 \text{ эВ}$. **5.12.** $97,2 \text{ нм} \leq \lambda \leq 121,5 \text{ нм}$. **5.13.** $1,09 \cdot 10^6$ м/с.
5.14. 212 пм; 477 пм. **5.15.** $8,19 \cdot 10^6$ Гц. **5.16.** 27,2 эВ; 13,6 эВ; -13,6 эВ.
5.17. $0,525 \text{ \AA}$; $2,18 \cdot 10^6$ м/с (атом Н); $0,265 \text{ \AA}$; $4,37 \cdot 10^6$ м/с (ион He⁺);
 $0,176 \text{ \AA}$; $6,56 \cdot 10^6$ м/с (ион Li⁺⁺). **5.18.** 5. **5.19.** 121,5 нм (атом Н);
30,4 нм (ион He⁺); 13,5 нм (ион Li⁺⁺). **5.20.** 48,4 эВ. **5.21.** ион Li⁺⁺.
5.22. -109 эВ. **5.23.** 13,6 эВ; 10,2 эВ. **5.24.** 0,256 пм. **5.25.** 587 пм.

6.1. 1,23 нм; 0,123 нм; 12,3 пм. **6.2.** $7,3 \cdot 10^{-10}$ м; $1,46 \cdot 10^{-10}$ м; $6,6 \cdot 10^{-29}$ м. **6.3.** 39 пм; 0,9 пм. **6.4.** 150 эВ; 0,082 эВ. **6.5.** $1,7 \cdot 10^{-27}$ кг. **6.6.** 10,5 пм. **6.7.** 0,15 нм. **6.8.** 0,13 нм. **6.9.** $1,34 \cdot 10^8$ м/с. **6.10.** 27,7 кэВ. **6.11.** 0,33 нм. **6.12.** 381 эВ. **6.13.** 2,2 пм. **6.14.** $8,7 \cdot 10^{-13}$ м. **6.15.** $9,6 \cdot 10^{-11}$ м; $3,6 \cdot 10^{-11}$ м. **6.16.** $7 \cdot 10^{-11}$ м. **6.17.** 0,1 нм. **6.18.** 85 пм. **6.19.** 0,73 мм. **6.20.** 10^6 м/с. **6.21.** $2 \cdot 10^6$ м/с. **6.22.** 150 В. **6.23.** 0,23 нм. **6.24.** 3,29 пм. **6.25.** 38 эВ, 152 эВ.

7.1. $3 \cdot 10^{-3}$. **7.2.** $2,5 \cdot 10^{-4}$ эВ. **7.3.** 50. **7.4.** 6250. **7.5.** 0,8 эВ. **7.6.** $3,7 \cdot 10^6$ м/с. **7.7.** 1,6. **7.8.** 0,5. **7.9.** $3,3 \cdot 10^{-25}$ м/с; 370 м/с. **7.10.** 40 эВ. **7.11.** -14 эВ. **7.12.** $8 \cdot 10^{-11}$ м. **7.13.** $6 \cdot 10^{-14}$ м. **7.14.** а) 0; б) $2 \cdot 10^{-7}$ эВ. **7.16.** 32 МэВ. **7.17.** $2,46 \cdot 10^{-18}$ Дж. **7.18.** 40 эВ. **7.19.** 12 мкН. **7.20.** 0,3 мкМ. **7.21.** 10^{-7} . **7.22.** $63,5^\circ$. **7.23.** $0,34^\circ$. **7.24.** 0,5. **7.25.** 10^{-2} рад.

8.2. 2,5 нм. **8.3.** 0,609. **8.8.** $n=3$. **8.9.** 0,305. **8.10.** 0,804. **8.11.** $9,9 \cdot 10^{-23}$ Дж. **8.15.** 0,195.

9.1. 1,58; 0,63. **9.2.** 20 кэВ. **9.3.** 220 пм. **9.4.** 0,0626. **9.5.** 0,8. **9.6.** 1,25. **9.10.** 2%. **9.11.** 0,971. **9.12.** 0,0294, 0,97. **9.13.** 1,03. **9.14.** 0,2. **9.15.** 97 пм. **9.16.** 0,24 эВ. **9.17.** 23. **9.18.** 0,22 нм. **9.19.** 0,14 нм. **9.20.** 45 эВ. **9.21.** 0,36. **9.22.** $9,5 \cdot 10^{-4}$. **9.23.** 21. **9.24.** 0,36; 0,0058. **9.25.** 0,2; 0,006.

10.1. 1,44 часа. **10.2.** 4 дня. **10.3.** 1003. **10.4.** $6,51 \cdot 10^{-9}$ кг. **10.5.** $2,3 \cdot 10^{-6}$ с⁻¹. **10.6.** 9. **10.7.** 4,33 часа. **10.8.** $9,8 \cdot 10^{18}$. **10.9.** 132 дня. **10.10.** 6 л. **10.11.** 0,0091 а.е.м., 8,5 МэВ. **10.12.** $1,23 \cdot 10^{-12}$ Дж/нуклон. **10.13.** 39,4 МэВ; 37,7 МэВ. **10.14.** $6,84 \cdot 10^{11}$ Дж. **10.15.** 23,4 МэВ. **10.16.** 2,24 МэВ. **10.17.** 0,66 МэВ. **10.18.** $3,6 \cdot 10^{-20}$ Нс, $1,31 \cdot 10^{-13}$ Дж, $3,9 \cdot 10^{-13}$ Дж. **10.19.** 6,01505 а.е.м. **10.20.** $6,21 \cdot 10^{-21}$ Дж, 2720 м/с. **10.21.** 96; 38, стронций. **10.22.** $9 \cdot 10^{-4}$. **10.23.** $8,2 \cdot 10^{10}$ Дж. **10.24.** 15 МВт. **10.25.** 250 МэВ.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. *Савельев И. В.* Курс общей физики. Т. 3. СПб.: Лань, 2019. 320 с.
2. *Вихман Э.* Берклеевский курс физики. Т 4. Квантовая физика. М.: Наука, 1986. 416 с.
3. *Иродов И. Е.* Квантовая физика. М: Лаборатория базовых знаний. 2021. 272 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие.....	3
1. Тепловое излучение.....	4
2. Эффект Комптона.....	9
3. Фотоэффект.....	14
4. Свойства фотонов.....	19
5. Водород и водородоподобные ионы.....	24
6. Волны де Бройля.....	29
7. Соотношение неопределенностей Гейзенберга.....	34
8. Уравнение Шредингера. Волновая функция.....	38
9. Прохождение частиц через потенциальные барьеры.....	44
10. Физика атомного ядра и элементарных частиц.....	49
Приложение.....	54
1. Фундаментальные физические постоянные.....	54
2. Внесистемные единицы измерения.....	54
3. Приставки, используемые при образовании единиц измерения.....	54
4. Математические формулы.....	55
Ответы.....	56
Рекомендуемая литература.....	58

Учебное издание

**Андреев Владимир Михайлович,
Коваленко Иван Иванович,
Копыльцов Александр Васильевич и др.**

КВАНТОВАЯ ФИЗИКА

Сборник задач

Публикуется в авторской редакции
Компьютерная верстка *А. Н. Колешко*

Подписано к печати 15.06.2023. Формат 60 × 84 1/16.

Усл. печ. л. 3,5. Уч.-изд. л. 3,6.

Тираж 50 экз. Заказ № 211.

Редакционно-издательский центр ГУАП
190000, г. Санкт-Петербург, ул. Большая Морская, д. 67, лит. А